

Agrégation externe de physique 2014

Corrigé de la composition Acoustique sous marine

I – Propagation des ondes électromagnétiques dans l’océan

1 – Ces quatre équations sont les équations de Maxwell dans un diélectrique LHI de permittivité constante, neutre et présentant des densités volumiques de courant libre $\vec{j}_l = \gamma \vec{E}$ obéissant à la loi d’Ohm.

- (1) : équation de Maxwell flux ou Maxwell Lorenz ou Maxwell Thomson
- (2) : équation de Maxwell Ampère.
- (3) : équation de Maxwell Gauss (pas de charges libres)
- (4) : équation de Maxwell Faraday.

2 – Comparons le courant de conduction $\gamma \vec{E}$ au courant de déplacement $\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\frac{\gamma E}{\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}} = \frac{\gamma}{\varepsilon \omega} \simeq \frac{5 \cdot 10^9}{\omega}.$$

Compte tenu de la valeur de $\omega < 5 \times 10^8$ rad/s, le courant de déplacement est relativement négligeable devant le courant de conduction. L’équation de Maxwell Ampère devient

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \gamma \vec{E}.$$

Cette approximation est limite dans les plus hautes fréquences de la gamme étudiée mais il ne s’agit dans la suite que de déterminer des ordres de grandeur.

3 – $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\text{rot}} \vec{B}) = -\mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ or $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}) = -\Delta \vec{E} + \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) = -\Delta \vec{E}$
d’où

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Il s’agit d’une équation de diffusion, de coefficient de diffusion $1/\mu_0 \gamma$. On peut rencontrer également la dénomination d’une équation de l’effet de peau.

4 – Le champ de fréquence f varie avec un temps caractéristique $T = 1/f$: sur cette durée, le champ électrique diffuse sur une distance caractéristique $\delta^2 \simeq \gamma\mu_0 T$ d'où

$$\delta \simeq \sqrt{\frac{1}{f\gamma\mu_0}} \in [5 \text{ cm} ; 50 \text{ cm}].$$

Il s'agit d'ordre de grandeur, on peut également estimer δ par $\delta \simeq \sqrt{\frac{1}{\omega\gamma\mu_0}}$ ce qui donne en ordre de grandeur $\delta \simeq \sqrt{\frac{1}{\omega\gamma\mu_0}} \in [2 \text{ cm} ; 20 \text{ cm}]$.

L'onde radar ne pénètre quasiment pas dans l'eau de mer. L'énergie électromagnétique est cédée aux charges libres du milieu et est dissipée par effet Joule.

Sur cette gamme de fréquence, l'eau possède une polarisation par orientation. Cette susceptibilité varie très peu pour des fréquences inférieures au GHz et est réelle (pas d'absorption associée). Cependant, vers 3 à 4 GHz, ce phénomène de polarisation entraîne une forte absorption des ondes électromagnétiques.

II – Propagation des ondes sonores dans un milieu fluide

1. Équations de propagation

5 – Un écoulement parfait est un écoulement où tous les phénomènes diffusifs (viscosité, diffusion thermique) sont négligés : l'écoulement est alors adiabatique et réversible *i.e.* isentropique.

$$\mathbf{6} - \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = - \overrightarrow{\text{grad}} P$$

$(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$ est un terme d'ordre 2, il est négligeable. $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ est d'ordre 1, on exprime ρ à l'ordre 0. $\overrightarrow{\text{grad}} P = \overrightarrow{\text{grad}} p$ d'où

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{grad}} p.$$

7 – Il s'agit de l'équation de continuité ou de conservation locale de la masse. Elle traduit le caractère conservatif de la masse. Au premier ordre,

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = 0$$

$$\mathbf{8} - \rho = \rho_0 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial P} \right|_S (P - P_0) = \rho_0 + \rho_0 \chi_S p \text{ au premier ordre}$$

$$\mu = \chi_S \rho_0 p.$$

9 – On calcule la divergence de l'équation d'Euler

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{v}) = -\Delta p$$

or $\chi_S \frac{\partial p}{\partial t} = -\text{div} \vec{v}$ d'où $\frac{\partial \text{div} \vec{v}}{\partial t} = -\chi_S \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$

On en déduit

$$\Delta p = \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}.$$

Il s'agit d'une équation de d'Alembert de célérité $c = \frac{1}{\sqrt{\chi_s \rho_0}}$.

Dimension : $[c^2] = \left[\frac{MT^{-2}L^{-1}}{ML^{-3}} \right] = L^2.T^{-2}$ c est bien homogène à une vitesse.

AN : $c = 1,5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$

En pratique, la célérité du son dans l'océan dépend de la salinité, la température et la pression et varie entre 1,45 km/s et 1,53 km/s.

La célérité dans l'air est de l'ordre de $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et dans les solides de l'ordre de plusieurs milliers de $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Les variations de χ_s et ρ expliquent ces différences : l'air est moins dense que l'eau mais beaucoup plus compressible : la célérité est plus faible. Pour les solides, la densité est un peu plus grande que celle de l'eau mais la compressibilité est plus faible (l'inverse du module d'Young est de l'ordre de $1 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ à comparer à ξ_s).

10 – Si nous prenons le rotationnel de l'équation d'Euler, on obtient

$$\rho_0 \frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{grad}} p = \vec{0}$$

d'où $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} = \vec{f}(t)$: le signal recherché \vec{v} est une onde qui dépend à la fois de l'espace et du temps d'où $\vec{f} = 0$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$.

Pour ce champ de vitesse irrotationnel : $\Delta \vec{v} = - \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{v})$

On dérive par rapport au temps l'équation d'Euler et on prend le gradient de l'équation de continuité où μ a été remplacé par $\chi_s \rho_0 p$:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = - \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) \\ \chi_s \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{v}) = \vec{0}$$

d'où

$$\Delta \vec{v} = \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2}$$

2. Étude énergétique

11 – Calculons $\text{div}(p\vec{v}) = \overrightarrow{\text{grad}} p \cdot \vec{v} + p \text{div} \vec{v} = -\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{v} + p \left(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \right)$ d'où

$$\text{div}(p\vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2 \right) = 0.$$

Cette équation traduit une conservation locale de l'énergie.

12 – e est la densité volumique d'énergie sonore : $\frac{1}{2} \rho_0 v^2$ représente l'énergie cinétique volumique de l'écoulement et $\frac{1}{2} \chi_s p^2$ représente une énergie potentielle élastique associée à la compression/dilatation des particules de fluide. $\vec{\Pi}$ est le vecteur densité de flux de puissance : son flux à travers une surface est la puissance sonore traversant cette surface. $\vec{\Pi}$ est homogène à une puissance surfacique et e à une énergie volumique.

3. Exemple de l'onde plane progressive

13 – $p(x, t) = f(x - ct)$ d'où $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -f'(x - ct) \vec{e}_x$ d'où $\vec{v} = \frac{1}{c\rho_0} f(x - ct) \vec{e}_x$.
L'onde est polarisée rectilignement selon la direction de propagation (onde longitudinale).

14 – *Étude énergétique*

Pour une onde plane progressive se propageant selon \vec{e}_x , on a $\vec{v} = \frac{p}{\rho_0 c} \vec{e}_x$.

$$e = \frac{1}{2} (\rho_0 v^2 + \chi_s p^2) = \frac{1}{2} \left(\rho_0 \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} + \chi_s p^2 \right).$$

Or $c^2 \rho_0 = 1/\chi_s$ d'où

$$e = \chi_s p^2$$

Il y a équipartition de l'énergie entre les deux formes d'énergie.

$$\vec{\Pi} = p \vec{v} = \frac{p^2}{\rho_0 c} \vec{e}_x = \chi_s c p^2 \vec{e}_x = c e \vec{e}_x$$

$\vec{\Pi}$ se met sous la forme d'une densité volumique de courant d'énergie de densité e et de vitesse c . L'énergie d'une onde plane progressive se propage à la vitesse c .

4. Ordres de grandeurs

15 – *Pression acoustique et masse volumique* Pour une onde plane progressive harmonique : $p(x, t) = P_M \cos(\omega t - kx + \varphi)$ d'où $\langle \vec{\Pi} \rangle = \chi_s c \langle p^2 \rangle \vec{e}_x = \chi_s c P_M^2 / 2 \vec{e}_x$.
 $I = 100 \text{ dB}$ correspond à $I = 10^{10} I_r$ d'où $p_M = 10^5 p_r = 0,10 \text{ Pa}$.

On en déduit $\mu_M = \chi_s \rho_0 p_M = 4,3 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On vérifie bien $p_M \ll P_0$ et $\mu_M \ll \rho_0$

16 – *Écoulement de faible vitesse*

On a négligé l'accélération convective $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$ devant l'accélération locale $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$.
Comparons leurs ordres de grandeurs :

$$\left[\frac{|(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}|}{|\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}|} \right] = \left[\frac{v^2/\lambda}{v/T} \right] = [v/c]$$

Cette approximation est vérifiée si l'écoulement est subsonique.

Or $v_M = p_M / \rho_0 c \simeq 7 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: l'hypothèse est très largement vérifiée.

17 – *Écoulement isentropique.*

Une particule subit des détentes et compressions isentropiques : sa température augmente lors des phases de compression et diminue lors des phases de détente.

Durant une période T , l'énergie peut diffuser sur une distance $L_{\text{diff}} = \sqrt{D_{\text{th}} T} = \sqrt{\frac{D_{\text{th}}}{f}}$

Si cette distance est très négligeable devant la longueur d'onde, la diffusion est négligeable et ne modifie pas le champ de température de manière sensible *i.e.*

$$L_{\text{diff}} \ll \lambda = c/f \quad \text{d'où} \quad f \ll \frac{c^2}{D_{\text{th}}}$$

Or $c^2/D_{th} = 1,5 \times 10^{13}$ Hz : la condition $f \leq 1,5 \times 10^{11}$ Hz est très largement remplie.

Champ de pression uniforme

18 – En statique : $P_{stat} = P_0 + \rho_0 g z$.

La profondeur maximale des océans est de 11 km, on a $P_{stat} \simeq 1,1 \times 10^8$ Pa, on en déduit la variation relative de masse volumique : $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \Delta P \chi_s \simeq 5\%$.

On peut également raisonner sur une profondeur moyenne de l'ordre de 4 km, la variation relative est alors de 2%.

En première approche, l'hypothèse incompressible est raisonnable pour déterminer le champ de pression à l'équilibre.

19 – L'équation d'Euler linéarisée devient

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{grad}} (P_{stat} + p) + (\rho_0 + \mu) \vec{g}$$

or $\rho_0 \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} P_{stat} = \vec{0}$ d'où

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \vec{g}$$

La conservation de la masse ne dépend pas du champ de pression et est inchangée. Si on néglige les variations de χ_s avec la pression, la relation liant μ et p est inchangée.

On peut prendre en compte les variations de ρ et χ_s avec z en étudiant la propagation des ondes sonores dans un milieu inhomogène (voir dernière partie).

20 – Comparons le terme supplémentaire à $\overrightarrow{\text{grad}} p$:

$$\left[\frac{|\mu \vec{g}|}{|\overrightarrow{\text{grad}} p|} \right] = \left[\frac{\mu g}{p/\lambda} \right] = [\lambda \chi_s \rho_0 g]$$

Le terme supplémentaire est négligeable si $f = c/\lambda$ est tel que

$$f \gg g/c = 7 \times 10^{-3} \text{ Hz}$$

Cette condition est remplie.

Toutes les hypothèses effectuées sont raisonnables.

5. Atténuation d'une onde sonore dans l'océan

Influence de la viscosité

21 – La linéarisation du terme de gauche est inchangée, les termes supplémentaires sont d'ordre 1.

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{grad}} p + \eta \Delta \vec{v} + (\eta/3 + \zeta) \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{v})$$

22 – On prend la divergence de l'équation de Navier-Stokes et on utilise $\text{div} \vec{v} = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$

$$\rho_0 \frac{\partial \text{div} \vec{v}}{\partial t} = -\Delta p + \eta \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{v}) - \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}) \right) + (\eta/3 + \zeta) \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \left(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \right) \right)$$

$$-\rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\Delta p - \chi_s \eta \frac{\partial}{\partial t} \Delta p - \chi_s (\eta/3 + \zeta) \frac{\partial}{\partial t} \Delta p$$

D'où

$$\Delta p + \chi_s \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) \frac{\partial}{\partial t} \Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

On en déduit $\tau_0 = \chi_s \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right)$ d'ordre de grandeur

$$\tau_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ s}$$

L'hypothèse proposée est tout à fait cohérente : $\omega \tau_0 \leq 1 \times 10^{-5}$.

23 – On injecte la solution dans l'équation de propagation :

$$-\underline{k}^2 \underline{p} - i\omega \tau_0 \underline{k}^2 \underline{p} = -\frac{\omega^2}{c^2} \underline{p}$$

d'où

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \underline{k}^2 (1 + i\omega \tau_0)$$

24 – Au second ordre : $\underline{k} = \pm \frac{\omega}{c} \left(1 - i\omega \tau_0/2 + \frac{3}{8} (i\omega \tau_0)^2 \right) = \pm \frac{\omega}{c} \left(1 - i\omega \tau_0/2 - \frac{3}{8} \omega^2 \tau_0^2 \right)$
d'où

$$k' = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{3}{8} \omega^2 \tau_0^2 \right) \quad \text{et} \quad k'' = \frac{\omega^2 \tau_0}{2c}$$

k' caractérise la propagation de l'onde et est lié à la vitesse de phase $v_\phi = \omega/k'$, la dépendance de la vitesse de phase avec la pulsation est montrée que le milieu est dispersif. k'' est lié à l'absorption de l'onde dans le milieu, l'onde est amortie sur une distance caractéristique $\ell = 1/|k''|$.

25 –

$$v_\phi = \frac{\omega}{k'} = \frac{c}{1 - \frac{3}{8} \omega^2 \tau_0^2} = c \left(1 + \frac{3}{8} \omega^2 \tau_0^2 \right)$$

La vitesse de phase est supérieure à la célérité et dépend de ω : le milieu est dispersif a priori.

$$\frac{v_\phi - c}{c} = \frac{3}{8} \omega^2 \tau_0^2 \leq 10^{-3}$$

d'où $\omega \leq \frac{\sqrt{10^{-3}}}{\tau} = 3 \times 10^{10} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $f \leq 5 \text{ GHz}$.

Dans la gamme de fréquence utilisée pour les sonars, le caractère dispersif est très largement négligeable.

26 – $p(x, t) = p_0 e^{-k''x} \cos(\omega t - k'x)$, l'onde est faiblement amortie lors de sa propagation donc $I(x) \simeq \chi_s c p_0^2 e^{-2k''x} / 2$ d'où $I_{\text{dB}} = 10 \log \left(\frac{p_0^2}{p_r^2} e^{-2k''x} \right) = I_0 - \frac{20k''}{\ln 10} x$
d'où

$$\left| \frac{dI_{\text{dB}}}{dx} \right| = \frac{10}{\ln 10} \frac{\omega^2 \tau_0}{c}$$

Applications numériques

f en kHz	1	300
α en dB/km	10^{-4}	1×10^1

Les valeurs obtenues sont bien inférieures aux valeurs mesurées : la viscosité n'est pas le phénomène d'absorption dominant dans cette gamme de basses fréquences.

L'amortissement de l'onde sonore est due principalement à la dissociation de certains ions due à la variation de pression au passage de l'onde sonore. Ces ions se recomposent avec un temps caractéristique τ_d variant entre $10 \mu s$ et $1 ms$. Si la fréquence de l'onde est proche de $1/\tau_d$, cette succession de dissociation/recomposition dissipe beaucoup d'énergie.

Cet amortissement limite beaucoup la portée des sonars travaillant à haute fréquence.

III – Applications aux sonars

1. Étude de l'onde sphérique

27 – p est solution d'une équation de d'Alembert :

$$\Delta p = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \Leftrightarrow \frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2}$$

La fonction rp est solution d'une équation de d'Alembert 1D dont les solutions sont des ondes planes progressives d'où $rp = g(r - ct)$ si on se limite à une onde progressive selon les r croissants.

$$p(r, t) = \frac{g(r - ct)}{r}$$

28 – On détermine \vec{v} à l'aide de l'équation d'Euler : $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r} \vec{e}_r$ d'où

$$\rho_0 \frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{\alpha_0}{r^2} e^{i(\omega t - kr)} + ik \frac{\alpha_0}{r} e^{i(\omega t - kr)}$$

Le premier terme est négligeable devant le second à grande distance. On obtient en simplifiant avec $\omega = kc$

$$\underline{v}_r = \frac{\alpha_0}{\rho_0 c} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} = \underline{\underline{p}}$$

Le champ de vitesse est en phase avec le champ de pression, la relation les liant est identique à celles liant p et v pour une onde plane.

29 – $\langle \vec{\Pi} \rangle = \langle pv \vec{e}_r \rangle = \langle p^2 / \rho_0 c \vec{e}_r \rangle = \frac{|\alpha_0|^2}{2r^2 \rho_0 c} \vec{e}_r$

La puissance totale moyenne traversant une sphère de surface $4\pi r^2$ est

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{2\pi |\alpha_0|^2}{\rho_0 c}$$

Cette puissance moyenne est indépendante de r : l'énergie totale de l'onde se conserve (pas de dissipation d'énergie dans le milieu).

2. Étude d'un sonar mono-faisceau

Onde rayonnée par une antenne rectangulaire

30 – L'onde résultante est une somme d'ondes sphériques d'amplitudes proportionnelles à l'élément de surface considéré. La sommation est cohérente avec la linéarité des équations gouvernant les ondes sonores. L'expression est analogue à celle donnée par le principe d'Huygens Fresnel en optique.

31 – *Facteur d'amplitude.* On pose $a = \max(L, \ell)$.

Les variations relative de $1/PM$ doivent être négligeables quand P parcourt l'antenne. Or $|PM d(1/PM)| = | - d(PM)/PM| \leq a/D$. Cette variation doit être négligeable devant 1 d'où $D \gg a$.

32 – *Facteur de phase.*

$$OM - PM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2} - \sqrt{(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2}$$

On suppose que z_M est du même ordre que D (hypothèse manquant dans l'énoncé)

$$OM - PM = D \left(\sqrt{\left(\frac{x_M}{D}\right)^2 + \left(\frac{y_M}{D}\right)^2 + \left(\frac{z_M}{D}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{x_M - x}{z_M}\right)^2 + \left(\frac{y_M - y}{z_M}\right)^2 + 1} \right)$$

En faisant un DL au second ordre en $x/z_M, y/z_M \dots$ on a

$$OM - PM = z_M \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_M}{z_M}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_M}{z_M}\right)^2 - \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_M - x}{z_M}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_M - y}{z_M}\right)^2 \right] \right)$$

$$OM - PM = \frac{x_M}{z_M} x + \frac{y_M}{z_M} y - \frac{x^2}{2z_M} - \frac{y^2}{2z_M}$$

Or $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(OM - PM)$: on peut négliger des termes de phases non linéaires en x, y si la variation de phase associée est très petite devant 1 *i.e.* $x^2/z_M \ll \lambda$ d'où comme $x \simeq \ell$ au maximum et $y \simeq L$, et $z_M \simeq D$, on en déduit

$$D \gg \frac{\max(L^2, \ell^2)}{\lambda}$$

Cette condition est l'approximation de Fraunhofer en optique ondulatoire.

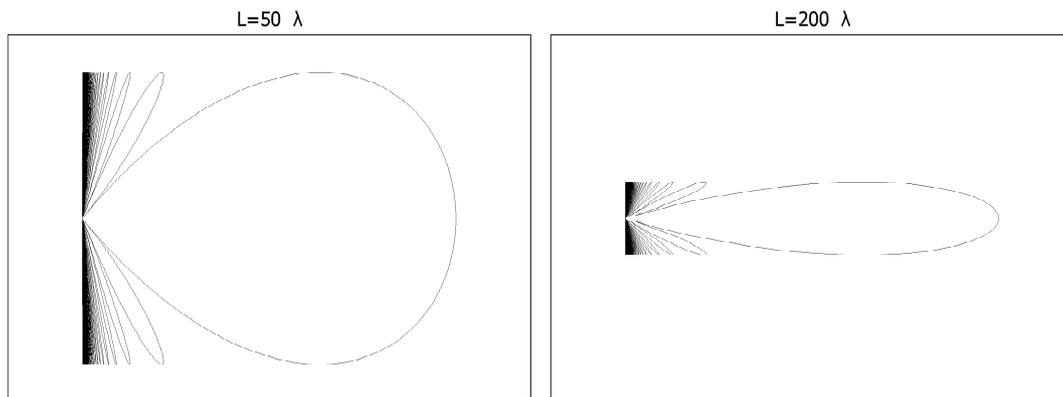
33 – $\vec{u} \cdot \vec{OP} = x \sin \alpha + y \sin \theta$ d'où

$$\underline{p}(M, t) = \frac{K}{D} \iint e^{-ik(x \sin \alpha + y \sin \theta)} dx dy = \frac{K}{D} \int_{x=-\ell/2}^{\ell/2} e^{-ikx \sin \alpha} dx \int_{y=-L/2}^{L/2} e^{-iky \sin \theta} dy$$

$$\underline{p}(M, t) = \frac{KL\ell}{D} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi \ell \sin \alpha}{\lambda} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi L \sin \theta}{\lambda} \right)$$

34 –

Diagramme polaire pour $L = 200\lambda$ et $L = 50\lambda$ à la même échelle



Le diagramme tracé n'est valable que pour des angles inférieurs à 30° car nous avons effectué le calcul à l'ordre 1 en x_M/Z_M

Par définition : θ_0 est tel que $\text{sinc}\left(\frac{\pi L \sin \theta_0}{\lambda}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ d'où $\pi L \sin \theta_0 = 1,39\lambda$, comme $L \gg \lambda$, $\theta_0 \ll 1$ et on peut écrire $\pi\theta_0/180 = \frac{1,39}{\pi L}$ avec θ_0 en degré. Ainsi,

$$2\theta_0 \simeq 50\lambda/L$$

35 – La variation de l'amplitude est la même ($1/D^2$) mais dans le cas de l'antenne, l'émission s'effectue principalement dans le cône de demi angle au sommet θ_0 : la puissance surfacique est augmentée. Si on suppose que la puissance rayonnée est isotrope, le gain sur la puissance surfacique serait de $4\pi/\Omega$ où $\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta)$ est l'angle solide associé au cône.

Application au sonar mono-faisceau

36 – $\lambda = c/f_0 = 4,5 \text{ cm}$ d'où $L = 12 \text{ cm}$: taille raisonnable.

37 – Un système de bande passante Δf_0 excité par un signal de durée courte délivrera un signal de durée minimale $\Delta t = 1/\Delta f_0$: τ ne peut pas être inférieur à cette valeur

$$\tau \geq 1/\Delta f_0 = 0,13 \text{ ms}$$

38 – Le son parcourt $2h$ et met un temps $\Delta t = 2h/c$. L'incertitude sur h correspond à une incertitude de τ sur Δt i.e. $\Delta h = c\tau/2 = 0,1 \text{ m}$. La résolution verticale est tout à fait satisfaisante.

39 – L'augmentation de τ permet d'augmenter l'énergie totale du signal émis et d'obtenir ainsi des échos d'énergie suffisante (ceux ci ont parcouru une grande distance et leur amplitude varie en $1/r$).

3. Sonar multifaisceaux

40 – L'onde \underline{p}_n émise dans la direction β par la cellule n (comptée à partir de la cellule 0 située en $x = -L/2$) est déphasée de $\varphi_n = nkd \sin \beta$ par rapport à l'onde

émise par la cellule 0 d'où

$$\underline{p} = \sum_{n=0}^{N-1} \underline{p}_0(\beta) e^{-inkd \sin \beta} = \underline{p}_0(\beta) \left(\sum_{n=0}^{N-1} (e^{-ikd \sin \beta})^n \right)$$

On reconnaît une suite géométrique et

$$\underline{p} = \underline{p}_0(\beta) \frac{1 - e^{-iNkd \sin \beta}}{1 - e^{-ikd \sin \beta}} = \underline{p}_0(\beta) e^{-ikd \sin \beta (N-1)/2} \frac{\sin(Nkd \sin \beta / 2)}{\sin(kd \sin \beta / 2)}$$

d'où on trouve l'expression de l'énoncé avec $\psi = kd \sin \beta$
Simplifions

$$\underline{p} = \underline{K} \frac{\sin(\pi d \sin \beta / \lambda)}{\pi d \sin \beta / \lambda} \frac{\sin(N\pi d \sin \beta / \lambda)}{\sin(\pi d \sin \beta / \lambda)} = \underline{K} \frac{\sin(N\pi d \sin \beta / \lambda)}{\pi d \sin \beta / \lambda} = \underline{K} N \operatorname{sinc}(\pi d N \sin \beta / \lambda)$$

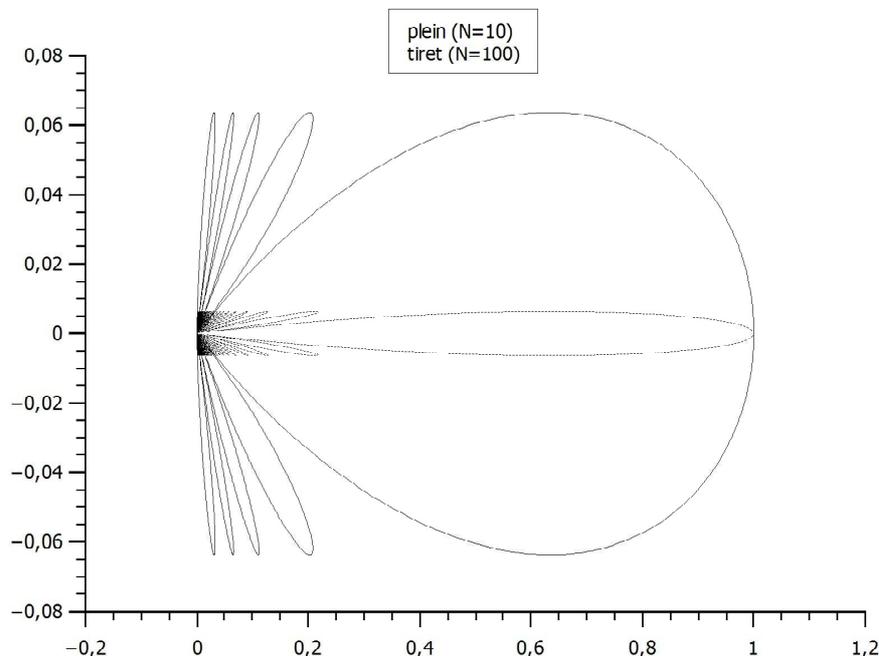
41 – L'amplitude est maximale en $\sin \beta = 0$ i.e. $\beta_m = 0$. Il existe de petits maxima secondaires pour $d \sin \beta = \frac{p\lambda}{N}$.

Les maxima correspondent à des interférences constructives entre les N ondes.

42 – si $d = \lambda/2$, $\psi = \pi \sin \beta$ d'où

$$\underline{p} = \underline{K} N \operatorname{sinc}(\pi N \sin \beta / 2)$$

On obtient les diagrammes suivants :



L'ouverture est équivalente à celle d'une antenne de taille Nd i.e. l'antenne multi-faisceaux a la même ouverture angulaire que l'antenne globale : il n'y a pas de gain sur directivité avec le choix $d = \lambda/2$.

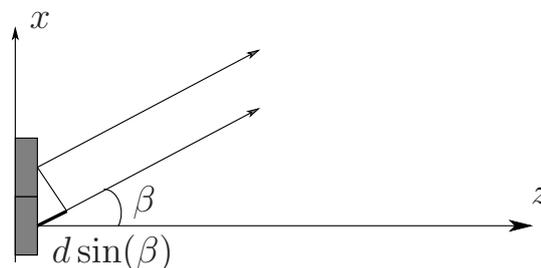
On a donc $2\beta_0 \simeq 50 \frac{\lambda}{N\lambda/2} \simeq 100/N$

$$N = 10 \quad 2\beta_0 = 10^\circ \quad ; \quad N = 100 \quad 2\beta_0 = 1^\circ$$

Il n'y a pas d'intérêt à utiliser l'antenne multifaisceaux en terme d'ouverture angulaire tant que l'antenne garde la même taille globale.

43 – On tire N de la valeur de $2\theta_0$: $N = 200$, $\lambda = c/f = 0,125$ m d'où la taille de l'antenne est de 12,5 m : il s'agit d'une antenne de grande taille mais qui reste réalisable.

44 – D'après l'étude précédente, le maximum d'émission est dans la direction où les ondes sont en phase : le maximum sera donc dans la direction β telle que l'avance géométrique compense le retard d'émission :



L'avance temporelle de la cellule $n + 1$ est de $d \sin \beta / c$: cette avance doit compenser le retard τ d'où

$$\sin \beta = \frac{\tau c}{d}$$

IV – Mesure de la célérité des ondes acoustiques dans l'eau

1. Étude de la source ultrasonore

45 –

$$\underline{p} = \underline{K} \iint \frac{e^{i(\omega t - kPM)}}{PM} d^2S = \underline{K} e^{i\omega t} \int_{r=0}^a \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{e^{-ik\sqrt{r^2+x^2}}}{\sqrt{r^2+x^2}} r dr d\theta$$

Cette intégrale est parfaitement calculable :

$$\underline{p}(M, t) = \underline{K} e^{i\omega t} 2\pi \frac{1}{-ik} \left[e^{-ik\sqrt{r^2+x^2}} \right]_0^a$$

d'où

$$\underline{p}(M, t) = \frac{2\pi \underline{K}}{ik} e^{i(\omega t - kx)} \left(1 - e^{-ik(\sqrt{a^2+x^2}-x)} \right)$$

46 – Déterminons le module de \underline{p} :

$$\underline{p} = \frac{2\pi \underline{K}}{k} e^{i(\omega t - kx - k(\sqrt{a^2+x^2}-x)/2)} 2 \sin \left(k(\sqrt{a^2+x^2}-x)/2 \right)$$

d'où

$$p(x) = \frac{4\pi|K|}{k} \left| \sin \left(k(\sqrt{a^2 + x^2} - x)/2 \right) \right|$$

Les maxima correspondent à $\sqrt{a^2 + x^2} - x = (n + \frac{1}{2})\lambda$ d'où $a^2 + x^2 = ((n + \frac{1}{2})\lambda + x)^2$
i.e. $a^2 = (n + \frac{1}{2})\lambda^2 + 2(n + \frac{1}{2})\lambda x$, d'où

$$x_{m,n} = \frac{a^2 - (n + \frac{1}{2})^2\lambda^2}{\lambda(2n + 1)}$$

Les zéros correspondent à $\sqrt{a^2 + x^2} - x = n\lambda$ d'où

$$x_{0,n} = \frac{a^2 - n^2\lambda^2}{2n\lambda} = \frac{a^2}{2n\lambda} - \frac{1}{2}n\lambda$$

Ces extréma correspondent à des interférences constructives (max) ou destructives (zéros) à courte distance de la source : les variations de phase entre les ondes émises par chaque point de la source sont suffisantes pour jouer un rôle important.

47 – On tire le retard de phase de l'expression de $\underline{p}(M, t)$

$$\varphi = k \left(x + \frac{1}{2} \left(\sqrt{a^2 + x^2} - x \right) \right) + \varphi_0$$

La phase de la source est la phase de $\underline{p}(x = 0, t)$ et vaut $\varphi(0) = \varphi_0 + ka/2$, on en déduit

$$\Phi(x) = \frac{k}{2} \left(\sqrt{a^2 + x^2} - x - a \right)$$

Ce déphasage est différent de zéro près de la source mais tend rapidement vers 0 pour $x \gg a$

Exemple, pour $x = 5a$, $\Phi = 0,05ka$, pour $ka = \omega a/c = 0,3$ pour l'eau et 1,4 pour l'air. Dans les deux cas, $\Phi(5a) \ll 1$

48 – A grande distance, pour $x \gg a$, on a $\sqrt{a^2 + x^2} - x = x(1 + \frac{1}{2}a^2/x^2) - x = \frac{1}{2}a^2/x$, on peut négliger ce terme dans \underline{p} si $ka^2/x \ll 1$ *i.e.* $x \gg a^2/\lambda = D$, on a

$$\underline{p} = \pi K e^{i(\omega t - kx)} \frac{a^2}{x}$$

On retrouve la condition de Fraunhofer. La structure de l'onde à grande distance est celle d'une onde sphérique "progressive", la taille de la source n'intervient plus dans le retard de phase propagatif.

Pour l'eau, $D = 1$ cm : très facilement réalisable.

Pour l'air, $D = 0,5$ m, cette condition est plus difficile à réaliser : ces piezo seraient peu adaptés à une mesure de c dans l'air.

49 – La position du zéro 1 est $x_1 = a^2/2\lambda - \lambda/2$

Pour l'air : $x_1 = 2,1$ cm et pour l'eau, x_1 n'existe pas. La courbe 1 est celle dans l'air et la courbe 2 est celle dans l'eau. On retrouve également la différence d'ordre de grandeur de D dans les deux cas : on peut approcher l'onde émise par une onde sphérique au bout de 5 à 6 cm dans l'eau alors que des phénomènes d'interférences sont encore tout à fait perceptibles dans l'air.

2. Comparaison de deux protocoles de mesure

50 – Le premier protocole permet de mesurer la vitesse de phase et le second protocole permet la mesure de la vitesse de groupe. Si on tient compte d'une dispersion éventuelle, ces deux grandeurs ne sont pas identiques et peuvent être différentes de c .

51 – On utilise l'oscilloscope en mode XY par exemple. Pour un déphasage quelconque, la courbe de Lissajous est une ellipse. Dans le cas d'un déphasage nul, la courbe devient un segment selon la première bissectrice et pour un déphasage de π un segment selon la seconde bissectrice.

Un déphasage de $\Delta\varphi = \pi$ correspond à un déplacement de $\lambda/2$.

On obtient donc

$$\lambda/2 = 2,1 \pm 0,1 \text{ cm} \quad ; \quad \lambda = 4,2 \pm 0,2 \text{ cm}$$

L'écart entre les différentes mesures est assez grand, la mesure ne paraît pas très précise : on peut négliger l'incertitude sur la mesure de f_0 devant celle sur λ :

$$c = 1,58 \times 10^3 \text{ m/s} \pm 8 \times 10^1 \text{ m/s}$$

Précision moyenne.

52 – Nous avons vu que la phase variait linéairement avec x pour $x \gg a^2/\lambda$ *i.e.* $x > 10 \text{ cm}$. On remarque que la phase a un comportement globalement linéaire mais présente des variations non négligeables.

53 – $\varphi = \varphi_0 + \frac{2\pi f_0}{c}x$, d'où $c = 1,64 \times 10^3 \text{ m/s}$: on trouve une valeur pas du tout compatible avec la mesure impulsionnelle. Une des deux mesures ne correspond pas à une mesure de c .

54 – La courbe présente des pics correspondant à des interférences constructives entre toutes les ondes réfléchies. Ces pics sont assez larges : les interférences considérées doivent concerner un nombre réduit d'ondes donc le coefficient de réflexion n'est pas très grand.

55 – Lors d'un aller retour de l'onde, le champ de pression est multiplié par \underline{r}^2 et est retardé de $\psi_0 = 2kx$ d'où l'onde résultante est la somme de l'onde aller et de toutes les ondes effectuant n aller retour :

$$\underline{p} = \sum \underline{p}_n = \sum_{n=0}^{\infty} \underline{p}_0 e^{i(\omega t - kx)} (\underline{r}^2)^n (e^{-i\psi_0})^n = \underline{p}_0 e^{i(\omega t - kx)} \frac{1}{1 - \underline{r}^2 e^{-i\psi_0}}$$

$$|\underline{p}^2| = \frac{|\underline{p}_0|^2}{(1 - \underline{r}^2 e^{-i\psi_0})(1 - (\underline{r}^*)^2 e^{i\psi_0})} = \frac{|\underline{p}_0|^2}{1 + |\underline{r}|^4 - 2\Re(\underline{r}^2 e^{-i\psi_0})} \simeq \frac{|\underline{p}_0|^2}{1 - 2|\underline{r}|^2 \cos(\psi_0 - \alpha_r)}$$

si α_r est la phase de \underline{r}^2 .

L'amplitude est maximale quand $\cos(\psi_0 - \alpha_r) = 1$ *i.e.* $p_{\max} = \sqrt{\frac{|\underline{p}_0|^2}{1 - 2|\underline{r}|^2}}$ et elle est minimale pour $\cos(\psi_0 - \alpha_r) = -1$ *i.e.* $p_{\min} = \sqrt{\frac{|\underline{p}_0|^2}{1 + 2|\underline{r}|^2}}$

Si on suppose que α_r dépend peu de x_0 , on remarque que l'écart entre les trois premiers maxima est de 2 cm environ : cela correspond à peu près à une variation de $2kx_0$ de 2π i.e. $\Delta x_0 = \lambda/2$.

56 – On peut tirer la valeur de $|r|^2$ de l'exploitation des trois premier max/min :
 $p_{\max}/p_{\min} = \sqrt{1 + 2|r|^2/(1 - 2|r|^2)}$

Sur le premier max et le premier min : $p_{\max}/p_{\min} = 4,7$ d'où $|r|^2 = 0.45$.

Si on exploite le second max/min : $p_{\max}/p_{\min} = 5$ d'où $|r|^2 = 0.46$.

Pour le troisième couple max/min, $p_{\max}/p_{\min} = 4.3$ d'où $|r|^2 = 0.45$.

L'ensemble de ces valeurs paraît cohérent et on obtient $|r|^4 = 0.2$: l'hypothèse $|r|^4 \ll 1$ n'est pas déraisonnable.

La diminution de l'amplitude des pics peut être liée à une diminution de p_0 (absorption, divergence du faisceau sonore).

57 – En mode impulsionnel, le signal total reçu par le récepteur est le signal direct (qui met un temps $x/c < 0,1$ ms) et tous les échos qui arrivent à $t_n = (2n + 1)x/c$. La durée totale du signal (1 ms) est grande devant le temps de parcours : les échos se superposent au signal direct, modulant sa forme. Cependant, le temps d'arrivée du signal n'est pas affecté par les réflexions : on reçoit en premier le signal ayant parcouru la distance la plus courte i.e. x . La mesure de la vitesse associée est tout à fait cohérente.

Par contre, la phase du signal résultant de toutes ces réflexions n'est pas $\varphi = kx$: l'utilisation du mode entreteu ne permet pas une détermination de c avec une précision satisfaisante.

Il faut donc exploiter le mode impulsionnel.

58 – *Évolution de c avec la température*

$c(5^\circ\text{C}) = 1470,8$ m/s et $c(30^\circ\text{C}) = 1537,6$ m/s : l'écart est 67 m/s est parfaitement mesurable compte tenu de la précision de la mesure menée en mode impulsionnel.

V – Propagation en milieu non homogène

Hypothèses

59 – La pression, qui varie quasi linéairement avec la profondeur est responsable de cette pente constante. De plus, la température et la salinité en grande profondeur ne varient quasiment pas.

Modèle des rayons sonores – équation Eikonale

60 – Γ est homogène à une longueur, il serait analogue au chemin optique en optique ondulatoire. Les surfaces $\Gamma = cte$ sont des surfaces isophase où le temps de parcours de l'onde de la source à un point de cette surface est constant.

61 – On injecte \underline{p} dans l'équation de d'Alembert : $\frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial t^2} = -\omega^2 \underline{p}$ et $\Delta \underline{p} = \frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial z^2}$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial x} e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} - \frac{i\omega}{c_0} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} A e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} \text{ d'où}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} - \frac{i\omega}{c_0} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} A e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} - 2 \frac{i\omega}{c_0} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} - \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right)^2 A e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)}$$

On en déduit

$$\Delta p = e^{i\omega(t-\Gamma/c_0)} \left[\Delta A - A \left(\frac{\omega}{c_0} \right)^2 \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma - 2 \frac{i\omega}{c_0} \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \cdot \overrightarrow{\text{grad}} A - \frac{i\omega}{c_0} A \Delta \Gamma \right]$$

En identifiant parties réelles et parties imaginaires :

$$\begin{aligned} \Delta A - A \left(\frac{\omega}{c_0} \right)^2 \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma &= -\frac{\omega^2}{c^2} A \\ -2 \frac{\omega}{c_0} \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \cdot \overrightarrow{\text{grad}} A - \frac{\omega}{c_0} A \Delta \Gamma &= 0. \end{aligned}$$

On retrouve les relations demandées.

62 - $\omega/c = k = \frac{2\pi}{\lambda}$, la condition traduit que la distance L_A caractéristique des variations de A , telle que $\Delta A/A \simeq 1/L_A^2$, est très grande devant λ : les variations de l'amplitude s'effectuent sur une distance grande devant λ .

$n = c_0/c$ est l'équivalent de l'indice de réfraction en optique. La première équation devient :

$$\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma = n^2$$

d'où $|\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma| = n$.

$\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma$ est perpendiculaire aux surfaces isophases : il est donc dirigé selon la direction de propagation locale de l'onde.

Équation des rayons sonores pour $c(z)$

$$\mathbf{63} - \frac{dn \vec{u}}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \vec{e}_z \right) \text{ or } d \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) = \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) \cdot \vec{dl} \text{ d'où}$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) = \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) \cdot \vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma}{n}$$

or

$$\frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \right)^2 \right] = \frac{\partial n}{\partial x}$$

d'où

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right) = \frac{\partial n}{\partial x}$$

Au final

$$\frac{d}{ds} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \Gamma \right) = \frac{d(n \vec{u})}{ds} = \overrightarrow{\text{grad}} n$$

64 - On projette l'équation précédente sur \vec{e}_x et \vec{e}_z

$$\begin{aligned} \frac{dn \vec{u}}{ds} \cdot \vec{e}_x &= 0 \\ \frac{dn \vec{u}}{ds} \cdot \vec{e}_z &= \frac{dn}{dz} \end{aligned}$$

or $\frac{dn\vec{u}}{ds} = \frac{dn}{ds}\vec{u} + n\frac{d\vec{u}}{ds}$ d'où $\frac{dn\vec{u}}{ds} \cdot \vec{e}_x = \frac{dn}{ds} \cos \theta + n\frac{d\cos \theta}{ds} = \frac{dn \cos \theta}{ds}$
 De même : $\frac{dn\vec{u}}{ds} \cdot \vec{e}_z = \frac{dn \sin \theta}{ds}$. On en déduit les deux relations demandées.

La première traduit la conservation de $n \cos \theta$ i.e. la loi de Descartes de la réfraction.
 La seconde relie la courbure du rayon lumineux au gradient d'indice.

65 -

$$\frac{dn\vec{u}}{ds} = \frac{dn}{ds}\vec{u} + n\frac{d\vec{u}}{ds} = \frac{dn}{ds}\vec{u} + n\frac{\vec{N}}{R}$$

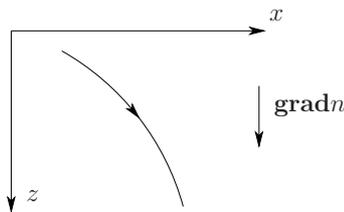
On projette sur \vec{N} : $\frac{n}{R} = \vec{\text{grad}} n \cdot \vec{N} = \frac{dn}{dz} \vec{e}_z \cdot \vec{N} = \frac{dn}{dz} \cos \theta$ d'où

$$R = \frac{n}{\frac{dn}{dz} \cos \theta}$$

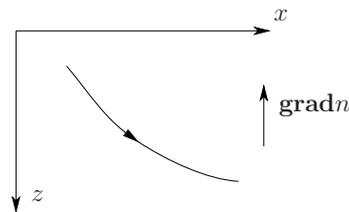
Or $\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} = -\frac{1}{c} \frac{dc}{dz} = -\frac{\gamma}{c}$ et $n \cos \theta = n_0 \cos \theta_0$ i.e. $c_0 \cos \theta = c \cos \theta_0$ d'où

$$R = -\frac{c}{\frac{dc}{dz} \cos \theta} = -\frac{c_0}{\gamma \cos \theta_0}$$

$dn/dz > 0$ et $\gamma < 0$



$dn/dz < 0$ et $\gamma > 0$



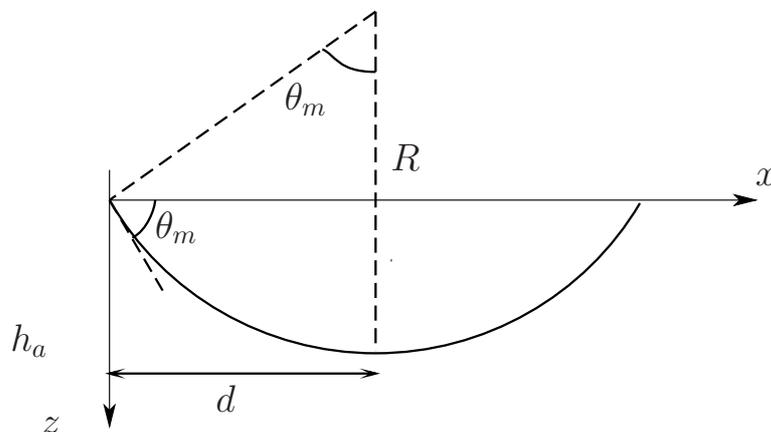
La courbure est dirigée selon $\vec{\text{grad}} n$.

Océan arctique

66 - Cas où $\gamma = cte$ d'où $R = cte$: la trajectoire est un cercle.
 $c_0 \cos \theta = c(z) \cos \theta_0$: au point le plus bas, on a $\theta = 0$ d'où

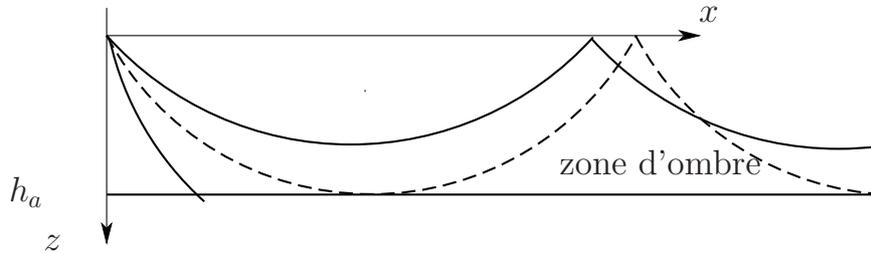
$$c_0 = c(z_0) \cos \theta_0$$

On a donc $c(z_0) = \frac{c_0}{\cos \theta_0} = 1450 + 0.0163z_0$ Pour $z_0 = h_a$, on a $c(h_a) = 1507$ m/s
 d'où $\cos \theta_m = 0.96$ i.e. $\theta_m = 16^\circ$



On a $R = 8,9 \times 10^5$ m d'où $d = R \sin \theta_0 = 25$ km : distance importante.

67 – Les rayons sont courbés : la zone située à droite du rayon correspondant à θ_m (en pointillé sur la figure) n'est pas atteinte par des rayons sonores issus de A : il s'agit d'une zone d'ombre.



68 – Le trajet est rectiligne :

$$\Delta t = 2 \int_0^{h_a} \frac{dz}{c(z)} = 2 \int_0^{h_a} \frac{dz}{c_0 + \gamma_0 z} = \frac{2}{\gamma_0} \ln \left[\frac{c_0 + \gamma_0 h_a}{c_0} \right]$$

Cette durée correspond à une hauteur équivalente $h'_a = c\Delta t/2$

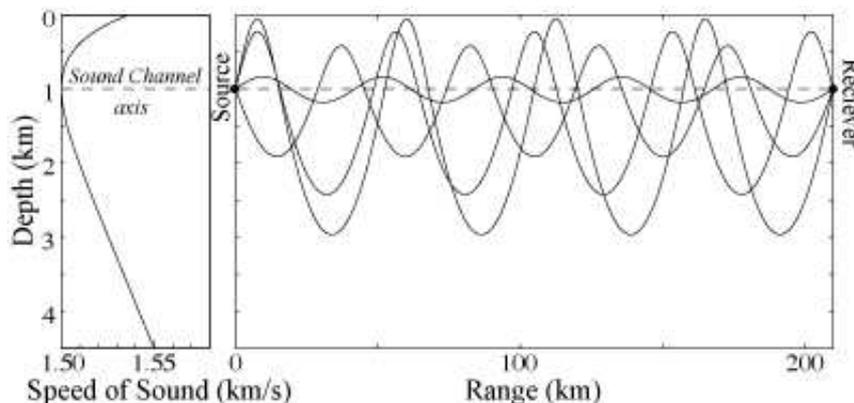
AN : $\Delta t = 4,73$ s d'où $h'_a = 3,43$ km d'où

$$\frac{h_a - h'_a}{h_a} = 2,0 \times 10^{-2}$$

L'erreur commise est de 2% : elle est non négligeable, en pratique on tient compte de l'évolution de la célérité avec la profondeur. L'effet est encore plus sensible si le sonar a une direction d'émission non verticale : la trajectoire est courbée et la longueur mesurée est différente de la profondeur réelle.

Chenal acoustique

69 – γ change de signe : le rayon va être courbé vers le bas dans la partie supérieure du canal puis courbé vers le haut dans la partie inférieure : il va être guidé dans le canal.



Les ondes se réfléchissant sur l'interface eau/air ou sur les fonds marins perdent une partie de leur énergie lors de ces réflexions. Les basses fréquences guidées par le canal SOFAR sont très peu atténuées et peuvent ainsi être guidées sur de très grandes distances.

FIN