

 <p>ministère éducation nationale</p>	<p>Secrétariat Général Direction générale des ressources humaines Sous-direction du recrutement</p>	<p>MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE</p>
--	---	---

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2009

AGREGATION

SCIENCES PHYSIQUES

OPTION PHYSIQUE

Concours externe

**Rapport de jury présenté par Claude FABRE
Inspecteur général de l'éducation nationale
Président de jury**

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

Sommaire

1. Composition du jury
2. Avant-propos et informations statistiques
3. Réglementation
4. Distributions des notes aux épreuves écrites et orales
 - Épreuves écrites : distribution des notes de l'ensemble des candidats
 - Épreuves écrites : distribution des notes des candidats admissibles
 - Épreuves orales : distribution des notes des candidats admissibles
5. Enoncé de la composition de physique
6. Rapport relatif à la composition de physique
7. Enoncé de la composition de chimie
8. Rapport relatif à la composition de chimie
9. Enoncé du problème de physique
10. Rapport relatif au problème de physique
11. Déroulement des épreuves orales
12. Enoncé des sujets des épreuves orales de la session 2009
13. Rapport sur la leçon de physique
14. Rapport sur la leçon de chimie
15. Rapport sur le montage de physique
16. Sujets des épreuves orales de la session 2010
17. Sujets de l'épreuve de montage de la session 2011

1. Composition du jury

FABRE Claude (M)	<i>Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie - Paris 6 Président du Jury</i>
SECRETAN Daniel	<i>Inspecteur Général de l'Education Nationale Vice-Président du Jury</i>
DANIEL Jean-Yves	<i>Inspecteur Général de l'Education nationale Vice président du jury</i>
BOUGAULT Catherine Grenoble	<i>Maître de conférences à l'Université Joseph Fourier de Grenoble</i>
BOURSIER Corinne	<i>Maître de conférences à l'Université Pierre et Marie Curie</i>
CAVAILLES Aristide	<i>Professeur au lycée Chaptal</i>
CHAPUIS Claude	<i>PRAG à l'Université de Versailles</i>
CHIREUX Véronique	<i>Professeur au lycée Joffre de Montpellier</i>
CHOIMET Nicolas	<i>Professeur au Lycée Montaigne à Bordeaux</i>
CHOPART Jean-Paul	<i>Professeur à l'Université de Reims</i>
COTE Denis	<i>Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie - Paris 6</i>
DUBOURG Patrick	<i>Professeur au Lycée Montesquieu au Mans</i>
DUPUIS Gérard	<i>Professeur au Lycée Faidherbe à Lille</i>
FAYE Suzanne	<i>Professeur au lycée Chaptal</i>
GUÉRILLOT Annie	<i>Professeur au Lycée Albert Schweitzer à Mulhouse</i>
GUIYOU Marie	<i>Maître de conférences à l'Université de Marne la Vallée</i>
HARE Jean	<i>Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie - Paris 6</i>
LABASTIE Pierre	<i>Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse</i>
LEBLANC Anne	<i>Professeur au Lycée Marcelin Berthelot à St Maur</i>
LOUNIS Brahim	<i>Professeur à l'Université de Bordeaux 1</i>
MICHEL Olivier	<i>Professeur à l'Université de Nice</i>
MONANGE Alain	<i>Professeur au Lycée Paul Cézanne à Aix-en-Provence</i>
SANZ Marie-Noëlle	<i>Professeur au Lycée Saint Louis à Paris</i>
VIGNERON Michel	<i>Inspecteur Pédagogique Régional, Académie de Versailles</i>

2. AVANT-PROPOS

ET INFORMATIONS STATISTIQUES

	2009	2008	2007	2006
Inscrits	1455	1591	1691	1785
Présents aux trois épreuves	663	748	815	853
Admissibles	255	253	289	290
Barre d'admissibilité	50.2/120	53/120	51,8/120	52/120
Moyenne générale du candidat classé premier	16,54/20	18,35/20	17,76/20	19,02/20
Moyenne générale du dernier candidat reçu	9,85/20	10,1/20	9,99/20	9,95/20
ADMIS	112	112	135	135

Le nombre de postes mis au concours en 2009 était égal à celui de 2008, soit 112. On note une réduction appréciable du nombre de candidats inscrits et du nombre de candidats présents aux trois épreuves. L'incertitude sur le nombre de postes et sur l'avenir du système français de recrutement des professeurs y a certainement contribué. Néanmoins le niveau des admis est identique à celui des années précédentes, comme l'atteste le fait que la barre d'admission reste à peu près constante aux alentours de 10/20.

Nature de l'épreuve écrite	Moyenne des candidats ayant composé	Moyenne des candidats admissibles
Composition de physique	7,47	12,15
Composition de chimie	8,16	12,49
Problème de physique	6,44	10,51

Les épreuves écrites, pour lesquelles on trouvera la distribution des notes dans la suite du rapport, ont permis de faire une première sélection sur les connaissances des candidats en physique et en chimie et leur capacité à résoudre des questions nouvelles liées aux récents développements de la science et de la technologie. Les sujets d'écrit cherchent à tester de manière progressive les qualités des candidats, et comportent une partie appréciable de questions qui sont à la portée de tout étudiant ayant réussi un M1. Si le jury a apprécié l'excellent niveau en physique et chimie d'un grand nombre de candidats et les remarquables performances de certains d'entre eux, il a aussi constaté, comme chaque année, un nombre important de copies très insuffisantes, qui témoignent du manque de préparation de certains candidats.

Nature de l'épreuve orale	Moyenne des candidats présents aux épreuves orales	Ecart-type
Leçon de physique	8,73/20	4,62
Leçon de chimie	8,7/20	3,97
Montage de physique	8,33/20	4,17

Les épreuves orales ont pour but de tester les aptitudes théoriques, pratiques et pédagogiques des candidats, mais aussi leur « charisme », c'est-à-dire leur aptitude à faire passer auprès des élèves leur enthousiasme pour les sciences physiques, à les passionner, à éveiller leur curiosité pour les sciences en général, à leur donner le goût de l'expérience, de la technologie, et si possible, à éveiller des vocations. Le jury est attentif à l'ensemble de ces éléments, et ne s'attend donc pas à ce que les candidats reproduisent un quelconque « modèle » pré-établi de leçon ou de montage pour chacun des sujets proposés. Il est prêt à récompenser l'initiative et la prise de risque, pourvu que la présentation soit rigoureuse, claire, et dans le sujet.

Les leçons doivent être traitées à un niveau donné : la Licence pour la physique, et un niveau indiqué pour chaque leçon pour la chimie. Le candidat doit donc faire un exposé qui suppose que son auditoire possède les connaissances correspondantes, mais sans nécessairement s'astreindre à suivre au pied de la lettre le programme de la classe indiquée. En effet les programmes changent au cours des années, et un professeur agrégé doit pouvoir s'adapter à leur évolution. En physique, il peut s'il le désire dépasser ce niveau dans une partie de son exposé, mais en s'efforçant de rester simple et compréhensible pour un étudiant en licence ou en classe préparatoire.

Les candidats utilisent en général avec compétence et à propos les outils informatiques mis à leur disposition, notamment la banque de documents graphiques et de séquences vidéo. Mais l'outil informatique n'est pas sans danger : un logiciel de traitement de données ou de traçage de courbes n'apporte un supplément à la prestation d'un candidat que s'il est vraiment maîtrisé. Dans le cas contraire, il risque de lui faire perdre un temps précieux. Les candidats ont aussi la possibilité d'utiliser une caméra vidéo orientable (flexcam) pour projeter sur un écran le déroulement d'une expérience de petite taille difficile à voir de loin. Cet outil extrêmement utile est encore insuffisamment utilisé.

Il est enfin vivement recommandé aux candidats de lire avec attention les commentaires figurant dans les rapports successifs du jury avant de commencer à préparer leur épreuve, notamment les commentaires spécifiques au sujet qu'ils ont tiré. Ils y puiseront un ensemble de recommandations très utile pour leur préparation.

Éléments statistiques

Répartition par date de naissance des candidats

Année de naissance	Nombre d'admissibles	Nombre d'admis
1987	10	5
1986	66	40
1985	72	40
1984	32	12
1983	10	4
1982	8	2
1981	1	1
1980	7	1
1979	7	0
1978	5	1
1977	5	1
1976	2	1
1975	7	0
1974	4	2
1973	5	1
1972	3	1
1968 à 1971	5	0
antérieure à 1968	6	0

Répartition par titres et diplômes

Titre ou diplôme	Nombre d'admissibles	Nombre d'admis
Doctorat	11	4
DEA ou M2	11	3
Ingénieur , diplôme grande école	27	10
M1 ou équivalent	188	91
CAPES, CAPLP	17	4
Autres	1	0

Répartition par profession

Profession	Nombre d'admissibles	Nombre d'admis
Etudiant	118	57
Elèves d'une ENS	55	40
Elève IUFM 1 ^{ère} année	20	3
Certifiés et PLP stagiaires	20	2
Enseignant MEN	30	4
Autres ministères	1	0
Hors fonct publique/sans emploi	3	3
Autres	8	3

Répartition par sexe

	Nombre d'admissibles	Nombre d'admis
Homme	164	69
Femme	91	43

On constate que la plupart des candidats admis ont passé l'agrégation juste après le M1. L'agrégation externe permet donc de recruter effectivement de jeunes enseignants (94% ont moins de 30 ans). La proportion des femmes admises a encore augmenté cette année et atteint 38%.

Le jury a le plaisir, cette année comme les années précédentes, d'accueillir au sein du corps des agrégés de très bons physiciens/chimistes, qui dominant à l'évidence leur matière et qui savent présenter avec talent un sujet donné. Ces excellents enseignants nouvellement recrutés ont toutes les qualités nécessaires pour transmettre aux nouvelles générations leur passion pour les sciences physiques.

Le Président du jury

03. REGLEMENTATION

Programme

Il est identique à celui de la session 2008

Programme des épreuves écrites:

Epreuve A (composition de physique) : voir le [BO n°25 du 19/6/97](#)

Epreuve B (composition de chimie) : voir le [BO spécial n°13 du 30/05/2002](#)

Epreuve C (problème de physique) : voir le [BO n°25 du 19/6/97](#)

Le programme des classes préparatoires auquel il est fait référence est celui défini par les BO suivants :

-classes de MPSI, PCSI, PTSI : [BO hors série n°5 du 28/8/2003](#)

-classes de MP, PC, PT, PSI : [BO hors série n°6 du 16/9/2004](#)

-classes de BCPST1 : [BO hors série n°3 du 26/6/2003](#)

-classes de BCPST2 : [BO hors série n°3 du 29/4/2004](#)

Programme des épreuves orales

Voir le [BO spécial n°7 du 1/7/2004](#)

Epreuves :

Les épreuves écrites comportent :

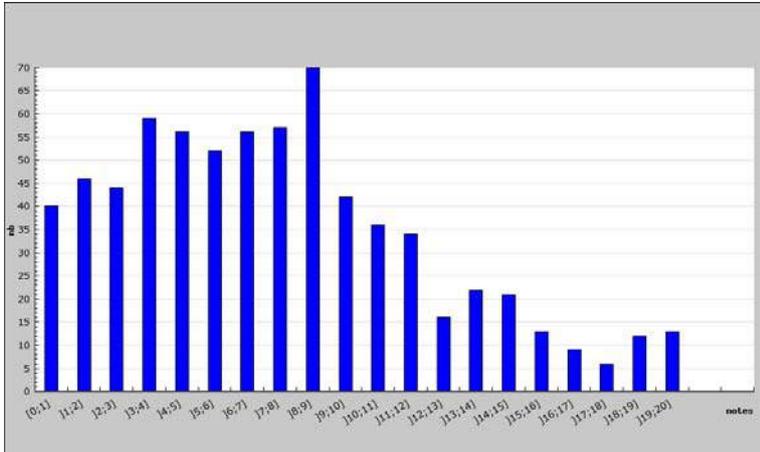
- Une composition de physique de durée 5 h (coefficient 2)
- Une composition de chimie de durée 5 h (coefficient 2)
- Un problème de physique de durée 6 h (coefficient 2)

Les épreuves orales comportent :

- Une leçon de physique (coefficient 4)
- Une leçon de chimie (coefficient 3)
- Un montage de physique (coefficient 3)

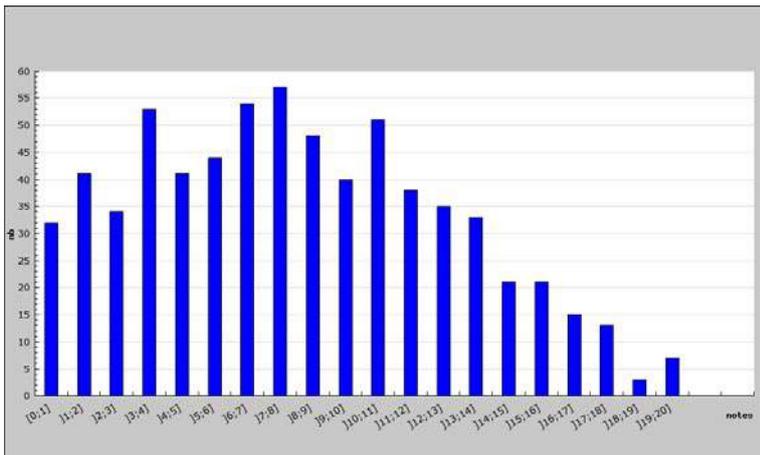
4-1 Distribution des notes pour l'ensemble des candidats aux épreuves écrites

Composition de physique



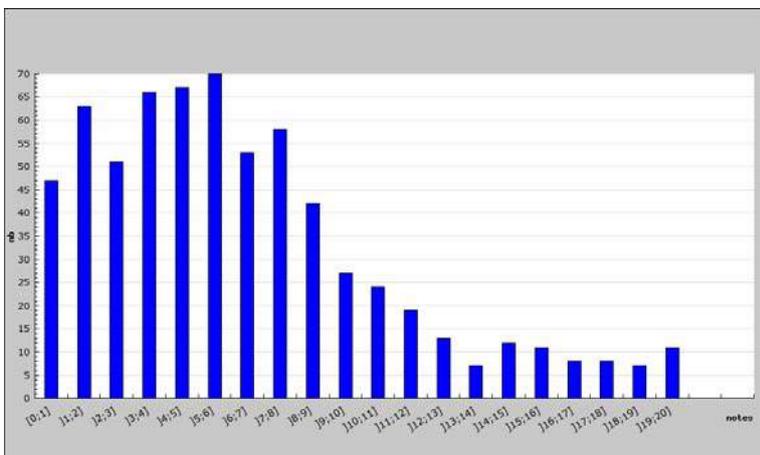
Moyenne :	7.47
Ecart-type :	4.68

Composition de chimie



Moyenne :	8.16
Ecart-type :	4.64

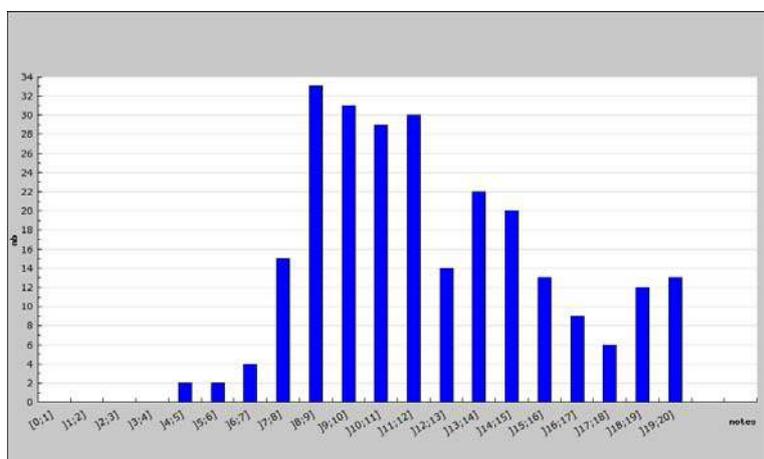
Problème de physique



Moyenne :	6.44
Ecart-type :	4.53

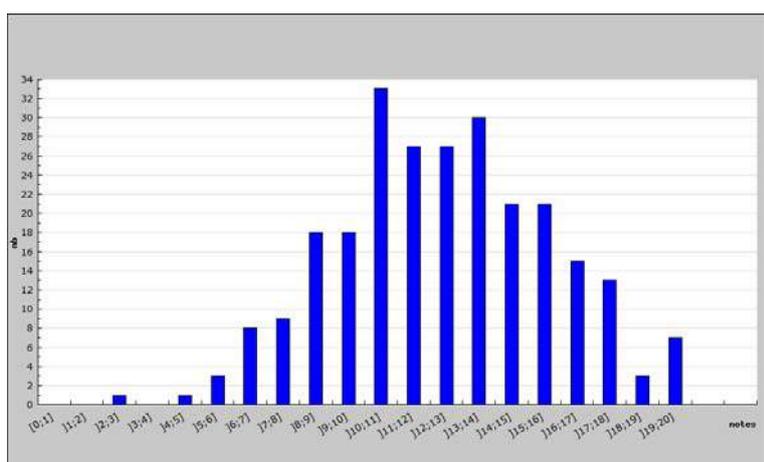
4-2 Distribution des notes pour les candidats admissibles aux épreuves écrites

Composition de physique



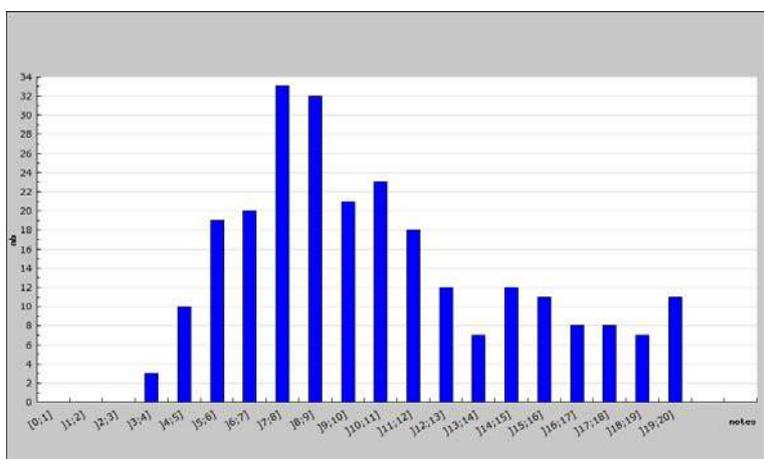
Moyenne :	12.15
Ecart-type :	3.54

Composition de chimie



Moyenne :	12.49
Ecart-type :	3.28

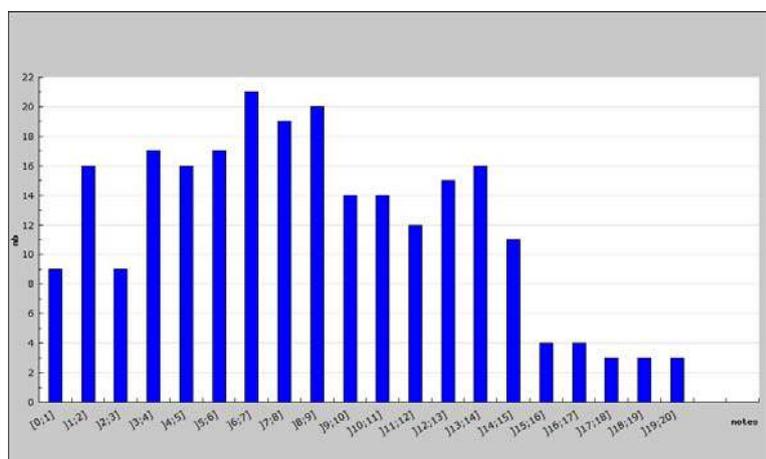
Problème de physique



Moyenne :	10.51
Ecart-type :	4.16

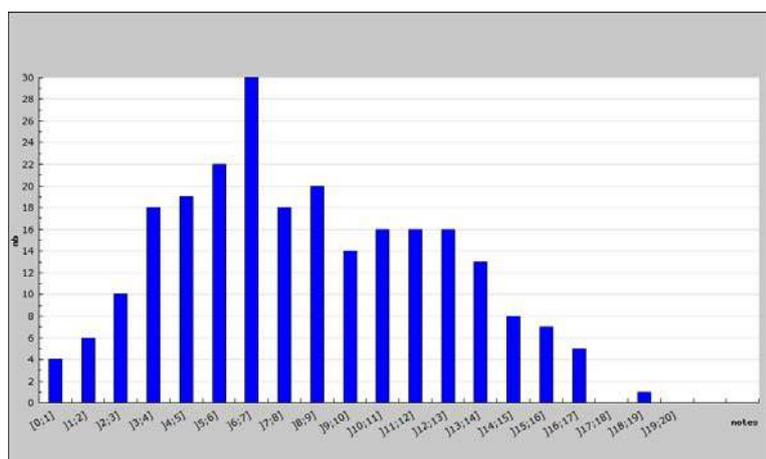
4-3 Distribution des notes aux épreuves orales

Distribution des notes d'oral des candidats admissibles pour la leçon de physique



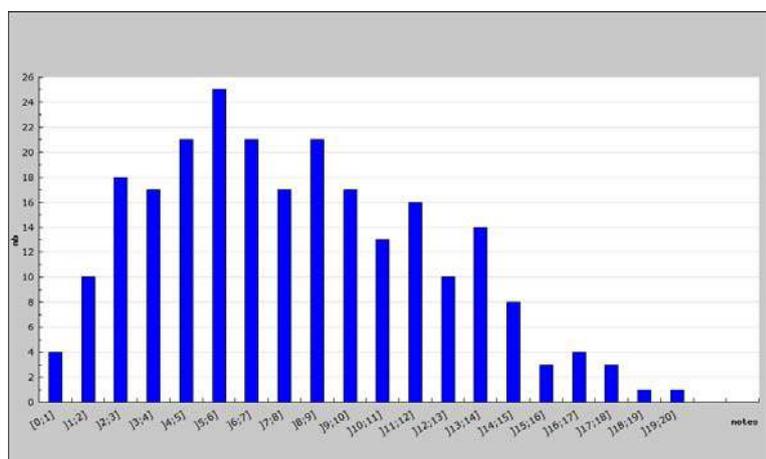
Moyenne :	8.73
Ecart-type :	4.62

Distribution des notes d'oral des candidats admissibles pour la leçon de chimie



Moyenne :	8.7
Ecart-type :	3.97

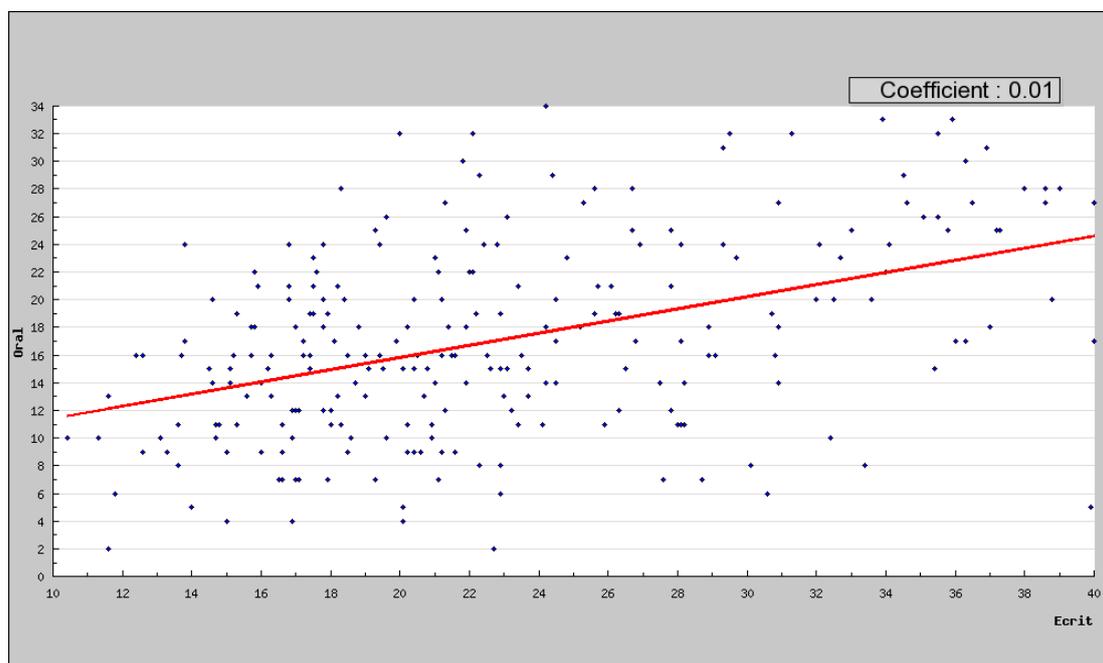
Distribution des notes d'oral des candidats admissibles pour le montage



Moyenne :	8.33
Ecart-type :	4.17

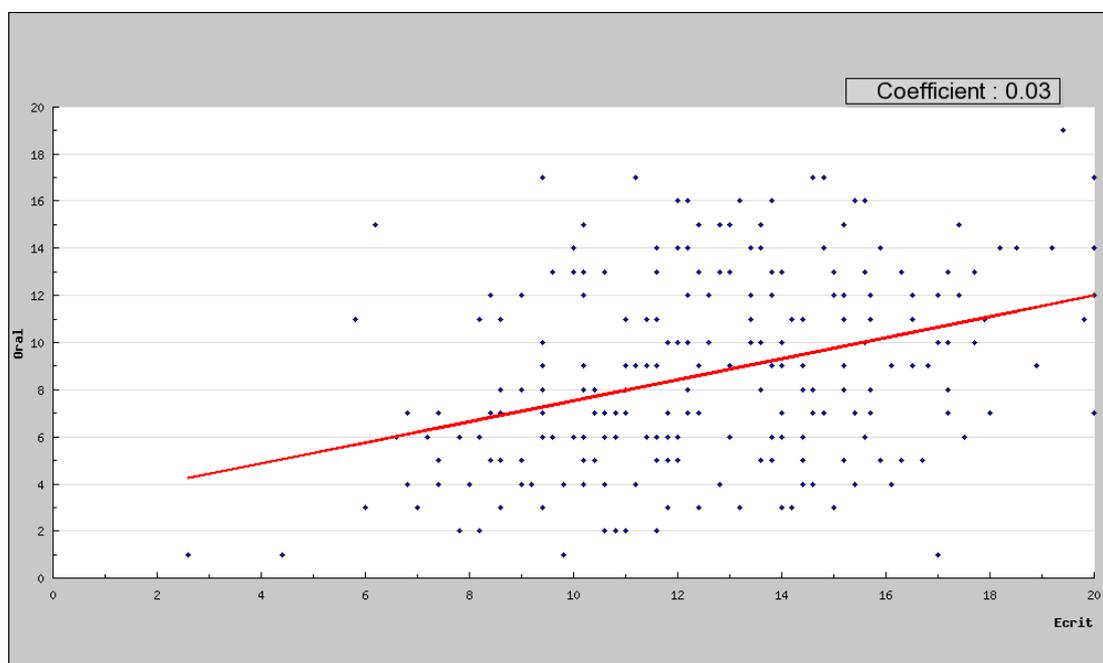
4-4 Corrélation épreuves écrites / épreuves orales

Composition de physique + Problème de physique / Leçon de physique + Montage



Coefficient : coefficient de corrélation

Composition de chimie / Leçon de chimie



Coefficient : coefficient de corrélation

Modèles physiques de quelques instruments de musique et acoustiques

Ce problème s'intéresse à quelques aspects de la physique des instruments de musique.

La première partie étudie un modèle simple d'instrument à corde, dans lequel seule la physique de la corde vibrante intervient (les effets du couplage entre la corde et l'instrument ne sont pas évoqués).

La deuxième partie propose une étude simplifiée de certains instruments à percussion, à partir des modes de vibrations d'une membrane (là encore, les effets du couplage de la membrane avec le corps de l'instrument ne sont pas pris en compte).

La troisième partie aborde l'étude des instruments à vent, modélisés par de simples tuyaux sonores.

Enfin, la quatrième partie s'intéresse à la restitution d'un son par un haut-parleur, et à l'onde sonore rayonnée par la membrane de celui-ci.

Les quatre parties sont indépendantes.

La description d'une expérience doit comporter un schéma explicatif et le protocole expérimental.

Dans tout le problème, on note $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base des coordonnées cartésiennes. Les grandeurs complexes sont soulignées.

Première partie

Corde vibrante - Instruments à cordes

Les cordes des instruments de musique sont des objets cylindriques homogènes, tendus entre deux points séparés par une longueur L . Le rayon du cylindre est a avec $a \ll L$.

On commence par étudier le modèle de la corde sans raideur, qui fait l'objet des questions **A.** à **D.**. On néglige l'effet de la pesanteur dans les questions **A.** à **C.** et dans la question **E.**. Cet effet est étudié dans la question **D.**. Enfin, la raideur de la corde est prise en compte dans la question **E.**.

A. Équation de propagation de l'ébranlement

La corde de masse linéique μ est tendue avec la tension T_0 . Au repos la corde est rectiligne et parallèle à l'axe horizontal (Ox) .

On étudie les mouvements de la corde autour de sa position d'équilibre. On note $y(x, t)$ le déplacement (ou ébranlement) du point de la corde à l'abscisse x à l'instant t . L'axe Oy est l'axe vertical ascendant.

On fait les hypothèses suivantes :

- (1) Les déplacements sont petits, de même que l'angle que fait la corde avec l'axe Ox , ce qui entraîne : $\left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| \ll 1$.
- (2) La tension de la corde en mouvement est : $T(x, t) = T_0 + T_1(x, t)$ avec $|T_1(x, t)| \ll T_0$ et $\frac{|T_1(x, t)|}{T_0}$ infiniment petit du même ordre ou d'un ordre supérieur à $\left| \frac{\partial y}{\partial x} \right|$.
- (3) On ne gardera que les termes du premier ordre en $y(x, t)$ et en ses dérivées.

(4) On néglige les effets de la pesanteur.

1. a) On considère l'élément de corde de longueur $d\ell$ situé entre les plans d'abscisses x et $x + dx$.

Montrer que :

$$d\ell \simeq dx$$

au premier ordre en $\left| \frac{\partial y}{\partial x} \right|$.

b) Appliquer le théorème de la résultante cinétique à cet élément de corde et le projeter sur \vec{e}_y . En déduire que l'ébranlement $y(x, t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (1)$$

où c est une grandeur à exprimer en fonction de T_0 et μ .

2. a) Vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue pour c .

b) Donner sans démonstration la forme générale des solutions de l'équation (1).

c) Calculer c pour :

- une corde de guitare : masse linéique $\mu = 3 \text{ g.m}^{-1}$, tension $T_0 = 103 \text{ N}$;
- une corde de piano : masse volumique $\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$, tension $T_0 = 850 \text{ N}$, diamètre $\phi = 1,2 \text{ mm}$.

Commenter les valeurs obtenues.

B. Corde fixée à ses deux extrémités, modes propres

La corde est fixée à ses deux extrémités, $x = 0$ et $x = L$, ce qui impose les conditions aux limites : $y(0, t) = y(L, t) = 0$.

1. Modes propres, fréquences propres

a) Qu'appelle-t-on *onde stationnaire* ?

b) Montrer que les solutions en ondes stationnaires, physiquement acceptables, de l'équation (1) sont de la forme :

$$y(x, t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

Quelle est la relation entre ω et k ?

c) Définir les *modes propres* et les *fréquences propres* de la corde.

d) Montrer que les fréquences propres de la corde sont :

$$f_n = n \frac{c}{2L}$$

e) Définir les *ventres* et les *nœuds* de vibration. Quelle est la distance entre deux ventres consécutifs ? entre deux nœuds consécutifs ? entre un ventre et un nœud consécutifs ?

f) Dessiner l'aspect de la corde à différents instants bien choisis pour $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$.

g) Proposer une expérience permettant de mesurer les fréquences propres d'une corde.

h) On considère les cordes dont on a donné les caractéristiques à la question **A.2c**.

La corde de guitare permet de jouer une note de fréquence fondamentale (la plus basse des fréquences propres de la corde) 147 Hz (pour les musiciens, cette note est un ré_2). Quelle est sa longueur ? Quelle est la longueur de la corde de piano jouant la même note ?

2. Solution générale

On admet que la solution générale de l'équation (1) correspondant aux conditions aux limites $y(0, t) = y(L, t) = 0$ est une superposition des modes propres. On l'écrit sous la forme :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) + b_n \sin \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \right) \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \quad (2)$$

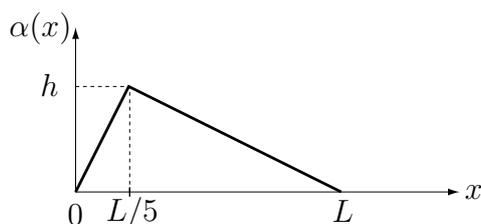
Les conditions initiales sont constituées par la donnée de :

- la forme de la corde : $y(x, 0) = \alpha(x)$,
- sa vitesse : $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = \beta(x)$,

où $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sont des fonctions définies sur $[0, L]$.

a) Montrer que les coefficients a_n et b_n se déduisent simplement de la décomposition en série de Fourier des fonctions $\tilde{\alpha}(x)$ et $\tilde{\beta}(x)$ définies sur \mathbb{R} tout entier, impaires, périodiques de période $2L$ et qui coïncident avec $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sur l'intervalle $[0, L]$.

b) On donne la fonction $\alpha(x)$:



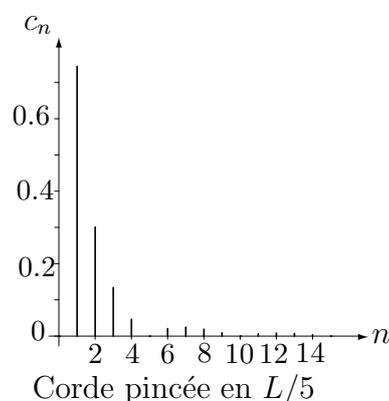
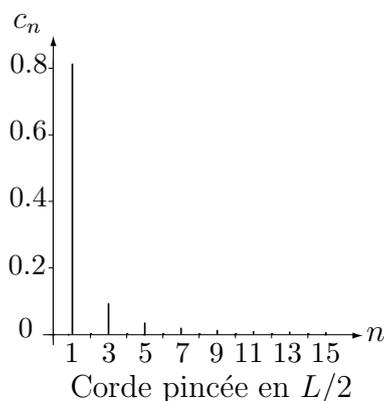
Illustrer graphiquement la construction de la fonction $\tilde{\alpha}(x)$.

3. Corde pincée

Une corde de longueur L est pincée puis lâchée sans vitesse à l'instant $t = 0$ (corde de guitare ou de clavecin par exemple).

a) Que valent les coefficients b_n ? Comment peut-on déterminer les coefficients a_n (la détermination de ces coefficients n'est pas demandée ici)?

b) On donne les spectres calculés pour une corde pincée à la moitié de sa longueur puis au cinquième de celle-ci, où $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$:



Comment peut-on expliquer, dans le cadre de la modélisation précédente, l'absence de certains harmoniques?

On pourra calculer les coefficients de Fourier de la fonction dérivée de $\tilde{\alpha}(x)$ pour obtenir simplement ceux de la fonction $\tilde{\alpha}(x)$. On rappelle que si $f(t)$ est une fonction à valeurs réelles ou complexes, périodique de période T , les coefficients de Fourier de $f(t)$ sont donnés par les relations :

$$\begin{cases} a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) dt & \text{pour } n \in \mathbb{N} \\ b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) dt & \text{pour } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

les coefficients ne dépendant pas de l'instant t_0 choisi pour le calcul.

4. Corde frappée

Une corde de piano est frappée par un petit marteau à la distance $x_0 = sL$ de son extrémité $x = 0$.

a) Que valent maintenant les coefficients a_n ? Quelle valeur faut-il donner à s si on veut rendre l'amplitude de l'harmonique n la plus petite possible?

b) On peut montrer que les coefficients a_n associés à la corde pincée étudiée à la question

B.3 décroissent globalement comme $\frac{1}{n^2}$. En revanche les amplitudes des différents harmoniques de la corde frappée décroissent plutôt en $\frac{1}{n}$ (au moins à partir d'une certaine valeur de n).

Comparer alors les sons d'un clavecin (instrument à corde pincées) et d'un piano (instrument à corde frappées).

5. Limites du modèle

Quel phénomène essentiel a été oublié (on ne s'intéresse pas ici au couplage entre la corde et l'instrument mais uniquement à la vibration de la corde)?

C. Étude énergétique

1. a) Exprimer la densité linéique d'énergie cinétique e_C de la corde en mouvement en fonction de μ et de $\frac{\partial y}{\partial t}$.

b) On étudie la portion de corde située entre les abscisses x et $x + dx$. Dans cette question, il est conseillé de travailler avec les variables $T_y = T_0 \frac{\partial y}{\partial x}$ et $v = \frac{\partial y}{\partial t}$.

i) Exprimer la puissance des forces extérieures à ce système.

ii) En appliquant le théorème de la puissance cinétique à ce système, exprimer la puissance des forces intérieures.

iii) En déduire que l'expression de la densité linéique d'énergie potentielle de la corde est :

$$e_P(x, t) = \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$$

en prenant l'énergie potentielle nulle quand la corde est au repos.

2. a) On étudie la corde dans le mode propre n . L'ébranlement est écrit sous la forme :

$$y_n(x, t) = c_n \cos\left(\frac{n\pi ct}{L} + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Montrer que l'énergie totale de la corde dans ce mode n s'écrit :

$$E_n = n^2 c_n^2 \frac{\pi^2}{4L} T_0$$

b) On considère maintenant la solution générale sous la forme :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{n\pi ct}{L} + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Montrer que l'énergie E de la corde est :

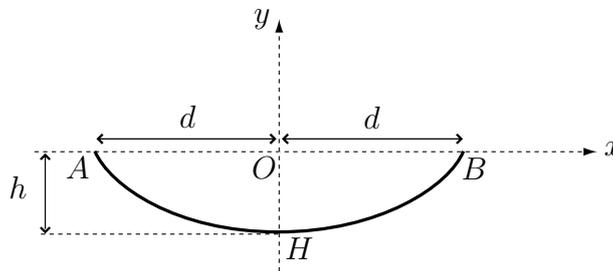
$$E = \sum_{n=1}^{\infty} E_n$$

Commenter.

3. On a vu précédemment que les amplitudes des différents harmoniques d'une corde pincée sont de la forme $c_n = \frac{c_1}{n^2}$ alors que ceux d'une corde frappée sont de la forme : $c'_n = \frac{c'_1}{n}$. Comparer les énergies des différents modes d'une corde de clavecin (corde pincée) et d'une corde de piano (corde frappée). Commenter.

D. Influence de la pesanteur

Pour étudier les effets de la pesanteur, nous allons faire le calcul exact de la forme d'une corde parfaitement souple tendue entre deux points A et B situés à la même altitude, comme sur la figure ci-dessous. Nous appliquerons ensuite les résultats obtenus aux cordes d'instruments de musique.



Dans cette question **D.** et dans celle-là uniquement, les déformations ne sont plus considérées comme petites.

1. On considère l'élément de corde compris en x et $x + dx$.

a) Quelle est la relation entre $d\ell$, dx et dy ?

b) Écrire l'équation vectorielle traduisant l'équilibre de ce système.

c) Montrer que la projection de la tension sur Ox est uniforme. On note T_0 cette projection.

d) Montrer enfin que la fonction donnant la forme de la corde $y(x)$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{T_0}{\mu g} \frac{d^2 y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (3)$$

2. On pose $\delta = \frac{T_0}{\mu g}$. Quelle est la dimension de δ ?

3. a) Montrer que la solution de l'équation (3) est :

$$y(x) = \delta \left(\operatorname{ch} \frac{x}{\delta} - 1 \right) - h$$

On rappelle que :

$$\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \operatorname{argsh} u$$

b) Calculer la longueur de la corde en fonction de d et δ .

c) En déduire la relation :

$$h = \delta \left(\sqrt{1 + \frac{L^2}{4\delta^2}} - 1 \right)$$

d) Calculer h pour une corde de guitare de masse $m = 1,9$ g, de longueur $L = 63$ cm, telle que $T_0 = 103$ N. On prendra $g = 10$ m.s⁻².

Le fait de négliger la pesanteur dans les questions précédentes est-il justifié ?

E. Prise en compte de la raideur de la corde

Dans cette question, on suppose que la corde est cylindrique de rayon a et qu'elle est faite en acier, de masse volumique $\rho = 7800$ kg.m⁻³ et de module d'Young $E = 190 \cdot 10^9$ U.S.I.. La pesanteur n'est plus prise en compte et les déformations sont de nouveau considérées comme petites.

1. Rappeler la définition du module d'Young et préciser son unité.

2. On considère une déformation de cette corde dans le plan xOy comme précédemment.

La théorie de l'élasticité montre que la tension \vec{T} n'est plus tangente à la corde et que, pour permettre la courbure de la corde, il faut un couple de moment $\vec{\Gamma} = \pm \Gamma_z(x, t) \vec{e}_z$ qui s'exprime, dans le cadre de notre étude, par :

$$\Gamma_z(x, t) = ESK^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4)$$

où S la section de la corde et K un coefficient dépendant de la forme de la section droite de la corde, égal à $K = \frac{a}{2}$ pour une corde cylindrique.

La portion de corde comprise entre les points d'abscisse x et $x + dx$ est donc soumise aux deux tensions :

$$\vec{T}_g(x, t) = -(T_x(x, t) \vec{e}_x + T_y(x, t) \vec{e}_y) \quad \text{en } x$$

et :

$$\vec{T}_d(x + dx, t) = T_x(x + dx, t) \vec{e}_x + T_y(x + dx, t) \vec{e}_y \quad \text{en } x + dx$$

et aux deux couples :

$$-\Gamma_z(x, t) \vec{e}_z \quad \text{en } x$$

et :

$$\Gamma_z(x + dx, t) \vec{e}_z \quad \text{en } x + dx$$

dont le moment est donné par l'expression (4).

a) Vérifier l'homogénéité de l'expression (4).

b) En appliquant le théorème de la résultante cinétique à la tranche $\{x, x + dx\}$, montrer que T_x ne dépend que du temps.

On supposera que T_x est constante et on la prendra égale à T_0 .

Établir une relation différentielle entre T_y et y .

c) En appliquant le théorème du moment cinétique au centre de masse de la tranche $\{x, x + dx\}$, établir une nouvelle relation différentielle entre T_y , Γ_z et y . On justifiera le fait que le moment d'inertie de ce système est d'ordre 3 en dx donc négligeable à l'ordre d'approximation envisagé.

d) En déduire l'équation de propagation :

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + ESK^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0$$

3. Modification des fréquences propres

a) En supposant que la déformation est harmonique, donc de la forme :

$$y(x, t) = y_0 \cos(\omega t) \cos(kx + \varphi)$$

donner la relation entre ω et k .

b) i) Dans le cas où la raideur de la corde reste faible, montrer que les fréquences propres de la corde tendue entre $x = 0$ et $x = L$ se mettent sous la forme :

$$f_n = n \frac{c}{2L} \sqrt{1 + Bn^2}$$

où c est la célérité des ondes dans la corde sans raideur et B une constante à exprimer en fonction de E , S , K , T_0 et L .

ii) Tracer, sur le même graphique, les courbes représentant f_n en fonction de n pour une corde sans raideur puis pour une corde avec raideur.

iii) Pour une corde de piano étudiée plus haut, on donne : $B = 4 \cdot 10^{-4}$. À partir de quelle valeur de n la fréquence propre de la corde avec raideur est-elle plus aiguë d'un demi-ton que celle de la corde idéale ? On rappelle que la gamme tempérée divise l'octave en 12 intervalles, appelés *demi-tons*, et que les fréquences successives f_p des notes espacées par ces demi-tons forment une suite géométrique vérifiant la loi générale $f_p = 2^{p/12} f$ où $p \in [1, 12]$ (p entier).

Deuxième partie

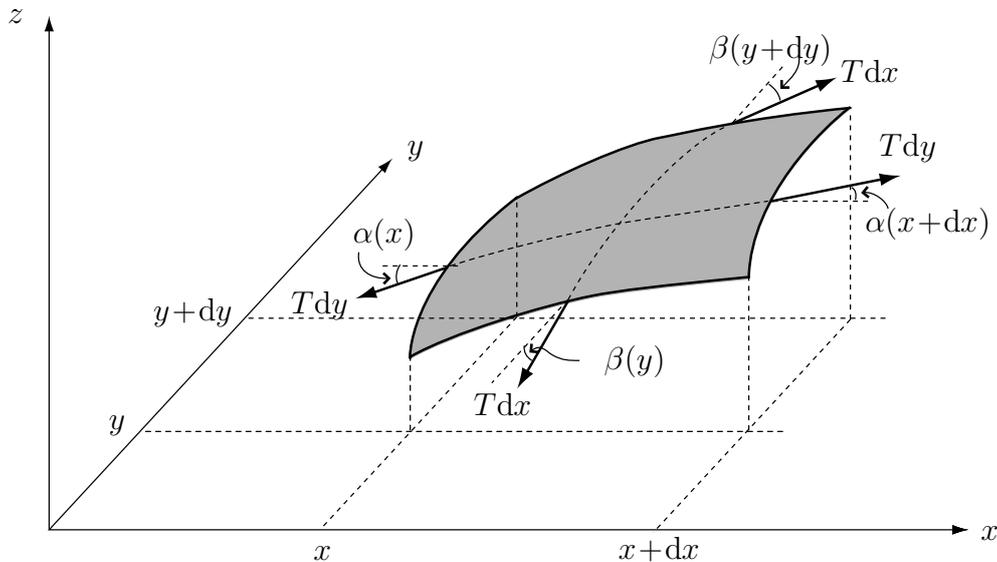
Membranes vibrantes - Instruments à percussion

Dans cette partie, on étudie les vibrations d'une membrane élastique, sans raideur, de masse surfacique σ , tendue avec la tension T . La tension d'une membrane est définie de la façon suivante : pour un petit élément de longueur dl_M de la membrane, situé au point M , orthogonal à la direction \vec{n}_M , la membrane exerce la force $d\vec{F} = T dl_M \vec{n}_M$, le vecteur unitaire \vec{n}_M étant tangent à l'élément de surface.

Nous n'étudierons que les petits mouvements transverses d'une membrane horizontale quand elle est au repos. Dans ce cas, nous admettrons que T est une constante, indépendante du point et de la direction de la force.

Le petit élément de surface $dx dy$ autour du point M de coordonnées (x, y) qui était sur le plan $z = 0$ quand la membrane est au repos se trouve en $z(x, y, t)$ quand celle-ci est en mouvement.

Un élément de membrane est donc soumis aux forces suivantes :



On néglige les effets de la pesanteur.

A. Équation de propagation de la déformation

1. Les angles $\alpha(x)$ et $\beta(y)$ sont faibles. Montrer que la résultante des forces de tension agissant sur le petit élément de membrane ci-dessus s'écrit, en première approximation :

$$d\vec{F}_T = T \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dx dy \vec{e}_z$$

2. En déduire l'équation de propagation de la déformation $z(x, y, t)$.
3. a) Quelle est la célérité des ondes c dans la membrane ?
b) Retrouver ce résultat par un simple argument dimensionnel en supposant que c s'écrit sous la forme : $c = T^\alpha \sigma^\beta$ où α et β sont des nombres rationnels.
c) On donne : $T = 3990 \text{ N.m}^{-1}$ et $\sigma = 0,35 \text{ kg.m}^{-2}$. Calculer la valeur numérique de c .

B. Modes propres d'une membrane circulaire

La membrane est un disque de rayon a fixée rigidement sur sa circonférence. On donne le laplacien en coordonnées polaires (r, θ) :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$$

On cherche des solutions sous la forme $z(r, \theta, t) = F(r)G(\theta)H(t)$.

1. Montrer que $H(t)$ vérifie une équation différentielle de la forme :

$$H''(t) = KH(t)$$

où K est une constante. Pourquoi choisit-on cette constante négative ? Dans la suite, on posera $K = -\omega^2$.

2. a) Montrer que $G(\theta)$ vérifie une équation différentielle de la même forme :

$$G''(\theta) = K'G(\theta)$$

où K' est une constante.

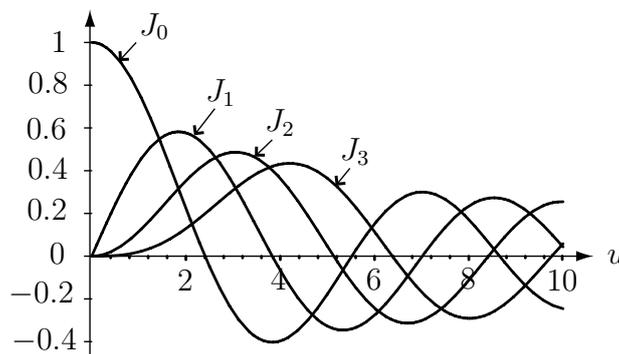
b) En posant $K' = -4\pi^2 m^2$, montrer que m est nécessairement entier.

3. a) Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $F(r)$?

b) Montrer que, par un changement de variable $u(r)$ à préciser, cette équation se met sous la forme :

$$\frac{d^2 F}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{dF}{du} + \left(1 - \frac{m^2}{u^2}\right) F(u) = 0$$

c) Les solutions de cette équation qui gardent une valeur finie en $u = 0$ sont les fonctions de Bessel de première espèce $J_m(u)$ dont les graphes sont données par la figure suivante (pour $m = 0, 1, 2$ et 3) :



D'autre part, $J_{-m} = J_m$.

On appelle $\xi_{m,n}$ le $n^{\text{ième}}$ zéro de la fonction J_m . Les premières valeurs de $\xi_{m,n}$ sont récapitulées dans le tableau ci-dessous :

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$m = 0$	2,405	5,520	8,654	11,792
$m = 1$	3,832	7,016	10,173	13,324
$m = 2$	5,136	8,417	11,620	14,796
$m = 3$	6,380	9,761	13,015	16,223

Quelles sont les conditions aux limites que doit satisfaire $z(r, \theta, t)$? En déduire les fréquences propres $f_{m,n}$ de la membrane en fonction de a , c et de $\xi_{m,n}$.

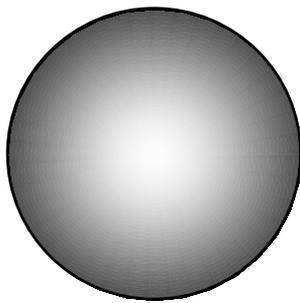
d) Montrer que $f_{-m,n} = f_{m,n}$. Dans toute la suite, on prendra une superposition des solutions correspondant à m et $-m$, paire en θ . La solution correspondant à une valeur du couple (m, n) où $m \geq 0$ est appelée *mode propre* (m, n) .

4. a) Calculer la fréquence propre la plus basse pour la membrane étudiée à la question

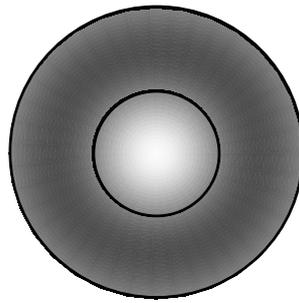
A.3c, de diamètre 65 cm.

b) Calculer les fréquences correspondant aux modes $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ et $(2, 2)$. Les différentes fréquences propres sont-elles multiples de la fréquence du fondamental? Quelle en est la conséquence pour le son émis par la membrane? Qu'en est-il du son émis par l'instrument lui-même?

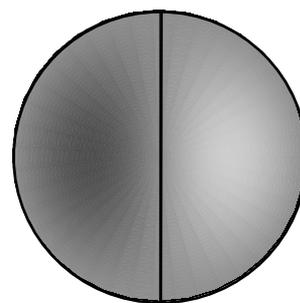
c) Les figures ci-dessous représentent l'aspect de la membrane vue de dessus à un instant fixé. La valeur de $z(M, t)$ a été convertie en niveaux de gris (blanc pour les maxima, noir pour les minima).



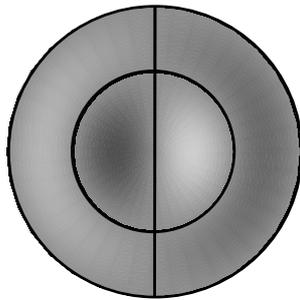
mode $(0,1)$



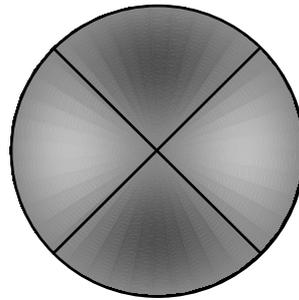
mode $(0,2)$



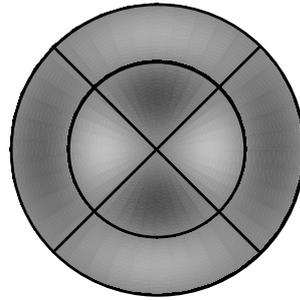
mode $(1,1)$



mode $(1,2)$



mode $(2,1)$



mode $(2,2)$

Vérifier la cohérence de ces simulations avec les résultats obtenus. On déterminera en particulier les lignes nodales, c'est-à-dire les points de la membrane qui restent immobiles, représentées en traits continus sur la figure.

d) Citer des techniques expérimentales permettant de visualiser ces déformations.

Troisième partie

Tuyaux sonores - Instruments à vent

Dans cette partie, on s'intéresse à la propagation d'ondes sonores dans l'air contenu dans une cavité possédant la symétrie de révolution autour de l'axe Oz .

L'air est assimilé à un gaz parfait non visqueux, de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. Le rapport entre les capacités thermiques à pression constante c_p et à volume constant c_v est $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$. On prendra la constante des gaz parfaits égale à $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Au repos, l'état du fluide est décrit par la pression P_0 et la masse volumique μ_0 .

En présence de l'onde sonore, l'état du fluide est décrit par :

- la pression $P(M, t) = P_0 + p_1(M, t)$;
- la masse volumique $\mu(M, t) = \mu_0 + \mu_1(M, t)$;
- la vitesse particulaire $\vec{u}(M, t)$.

A. Approximation des ondes sonores - Équation d'ondes

1. Préciser le cadre de l'approximation des ondes sonores en donnant des ordres de grandeurs pour la pression au repos P_0 et pour la surpression $p_1(M, t)$.

2. Quels sont les ordres de grandeurs :

- de la célérité du son dans l'air ?
- de la gamme de longueurs d'onde des ondes sonores dans le domaine audible ?

3. a) Écrire l'équation d'Euler.

b) Comparer l'ordre de grandeur de l'accélération de la pesanteur et celui de l'accélération locale pour une onde de fréquence de l'ordre du kilohertz et une vitesse particulaire de l'ordre de 1 mm.s^{-1} . Compte tenu de ce résultat, expliquer pourquoi malgré tout on ne tient pas compte du terme de pesanteur dans l'étude des ondes sonores.

c) Linéariser alors l'équation d'Euler dans le cadre de l'approximation des ondes sonores.

4. Établir la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial t^2} = \Delta p_1$$

5. On suppose le comportement du fluide décrit par une équation de la forme : $\mu = \mu(P)$.

a) Linéariser cette équation pour trouver une relation entre μ_1 , p_1 et $\left(\frac{d\mu}{dP}\right)_{p_1=0}$. En déduire que la surpression $p_1(M, t)$ vérifie une équation de la forme :

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = c^2 \Delta p_1$$

et donner l'expression de c en fonction de $\left(\frac{d\mu}{dP}\right)_{p_1=0}$.

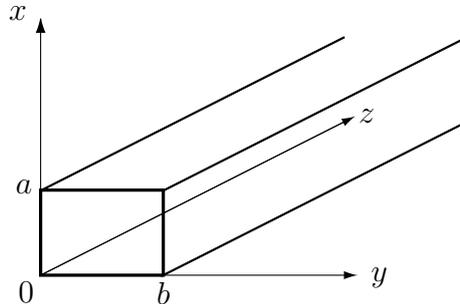
b) i) Comparer la durée caractéristique de diffusion thermique sur une longueur L et la durée caractéristique de variation des grandeurs comme la surpression sur la même longueur L en choisissant correctement la valeur de L . On donne la valeur numérique de la diffusivité thermique de l'air : $D_{\text{th}} \simeq 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

ii) Conclure quant aux caractéristiques thermodynamiques de l'évolution des particules de fluide. En déduire l'expression de la célérité des ondes sonores en fonction de μ_0 et du coefficient de compressibilité isentropique de l'air au repos, χ_{S0} .

- c) i) Dans le cas où l'air est assimilé à un gaz parfait, établir l'expression de c en fonction de la constante des gaz parfaits R , de la masse molaire de l'air M , de γ et de la température T .
 ii) Effectuer l'application numérique à 20 °C. Conclure quant à la validité du modèle.
 d) Proposer une expérience permettant de mesurer la célérité c du son dans l'air.

B. Propagation guidée dans une cavité infinie

Le tuyau dans lequel on étudie la propagation des ondes sonores est à section rectangulaire, de très grande longueur selon l'axe Oz :



1. Onde plane

On considère une onde plane décrite par la surpression $p_1(z, t)$.

a) Quelle condition doivent satisfaire les dimensions a et b pour que seule cette onde plane puisse se propager ?

b) Établir alors la relation entre la surpression et la vitesse particulaire pour une onde plane progressive dans le sens des z croissants puis pour une onde plane progressive dans le sens des z décroissants et enfin dans le cas général.

2. Modes propres de la cavité

On suppose que la condition précédente n'est pas vérifiée. Dans ce cas, on cherche des solutions de l'équation d'onde sous la forme :

$$\underline{p}_1(M, t) = X(x)Y(y)Z(z) \exp(j\omega t)$$

où $j^2 = -1$.

a) Montrer que les fonctions $X(x)$, $Y(y)$ et $Z(z)$ vérifient les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2 \\ \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2 \\ \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 \end{cases}$$

où k_x , k_y et k_z sont trois constantes réelles.

Quelle est la relation entre k_x , k_y , k_z , ω et c ?

b) Quelles sont les conditions aux limites imposées par la présence des parois ?

c) En déduire que la surpression $\underline{p}_1(x, y, z, t)$ se met sous la forme :

$$\underline{p}_1(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \underline{p}_{n,m}(x, y, z, t)$$

avec

$$p_{n,m}(x, y, z, t) = \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \left(\underline{A}_{n,m} \exp(i(\omega t - k_z z)) + \underline{B}_{n,m} \exp(i(\omega t + k_z z)) \right)$$

où n et m sont deux entiers positifs ou nuls.

Le mode propre décrit par la surpression $p_{n,m}(x, y, z, t)$ est appelé *mode* (n, m) .

d) À quelle condition sur k_z l'onde se propage-t-elle dans le guide? Montrer que la cavité se comporte comme un filtre passe-haut pour le mode (n, m) et déterminer la fréquence de coupure f_c de ce filtre.

e) i) On appelle λ_g la longueur d'onde de l'onde dans le guide et λ la longueur d'onde de l'onde de même pulsation se propageant dans un milieu illimité. Établir la relation entre λ_g , λ et λ_c où $\lambda_c = \frac{c}{f_c}$.

ii) Établir l'expression de la vitesse de groupe de l'onde dans le cas où elle se propage, en fonction de c , λ et λ_g . La comparer à c .

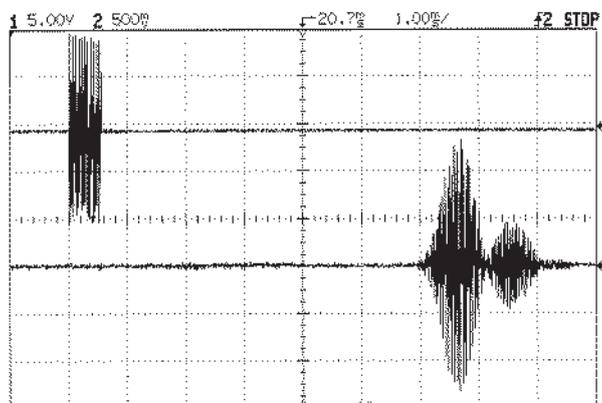
f) On suppose que $a < b$. Quelle est la plus basse fréquence pouvant se propager dans le tuyau pour un mode $(n, m) \neq (0, 0)$? Effectuer l'application numérique pour $b = 1$ cm. Conclure quant à l'hypothèse d'une onde plane dans le tuyau.

g) Les instruments réels à section constante sont cylindriques, de rayon a . L'étude se fait de la même façon mais le résultat fait intervenir des fonctions de Bessel de première espèce. La fréquence de coupure la plus basse est alors : $f_c = \frac{1,84c}{2\pi a}$.

Effectuer l'application numérique pour un tuyau de rayon $a = 1$ cm. Reprendre la conclusion de la question précédente quant à l'hypothèse d'une onde plane dans le tuyau.

h) On étudie le mode particulier $(0, 0)$. Écrire la surpression et la vitesse particulière associée. On appellera A et B les constantes $A_{0,0}$ et $B_{0,0}$.

i) On réalise l'expérience suivante : un émetteur d'ultrasons envoie des trains d'onde de fréquence $f_e = 40$ kHz, de durée $\Delta t = 500 \mu s$, dans un tuyau cylindrique de diamètre 35 mm. Un récepteur est placé à l'autre extrémité du tuyau, sur l'axe de celui-ci, face à l'émetteur. La distance entre l'émetteur et le récepteur est $L = 201$ cm. On observe à l'oscilloscope les signaux suivants :



L'émetteur est relié à la voie 1 de l'oscilloscope, le récepteur à la voie 2.

i) Expliquer le signal observé au niveau du récepteur.

ii) Mesurer la vitesse de propagation des modes observés. Les résultats sont-ils qualitativement en accord avec l'étude théorique?

C. Propagation dans une cavité de longueur finie. Impédance

On se place désormais dans l'hypothèse d'une onde plane, c'est-à-dire que l'on ne s'intéresse qu'au fonctionnement du tuyau en dessous de la première fréquence de coupure. Le tuyau a une section constante d'aire S . On note k le module d'onde et ω la pulsation de l'onde.

1. Impédance caractéristique

On définit l'impédance caractéristique du tuyau par la relation : $Z_c = \frac{p_1(z, t)}{Su(z, t)}$ pour une onde plane progressive dans le sens des z croissants.

Que représente la grandeur $Su(z, t)$?

Établir l'expression de Z_c en fonction de μ_0 , S et c .

2. Impédance acoustique

On définit l'impédance acoustique \underline{Z}_z en un point d'abscisse z par la relation :

$$\underline{Z}_z = \frac{p_1(z, t)}{S\underline{u}(z, t)}$$

a) Établir l'équation suivante :

$$\underline{Z}_0 = Z_c \frac{\underline{Z}_L \cos(kL) + jZ_c \sin(kL)}{Z_c \cos(kL) + j\underline{Z}_L \sin(kL)} \quad (5)$$

où \underline{Z}_0 et \underline{Z}_L sont les valeurs de \underline{Z}_z respectivement en $z = 0$ et en $z = L$.

b) Que devient \underline{Z}_0 si \underline{Z}_L tend vers l'infini ? vers zéro ?

3. Fréquences d'une flûte et d'une clarinette

Pour les deux instruments, le tuyau est limité par les plans $z = 0$ et $z = L$. L'extrémité $z = L$ est ouverte. En première approximation, on suppose que l'impédance acoustique est nulle au niveau d'une extrémité ouverte.

a) Pour une flûte, l'extrémité $z = 0$ peut être considérée comme quasiment ouverte. Par contre, pour une clarinette, l'anche située en $z = 0$ se comporte comme un obstacle rigide.

i) En déduire les fréquences propres de la flûte.

ii) Que vaut alors l'impédance acoustique en $z = 0$ pour la clarinette ? En déduire les fréquences propres de cet instrument.

iii) Comment peut-on qualifier l'onde à l'intérieur du tuyau ? Que peut-on dire de la surpression en $z = 0$ pour chacun des instruments ? en $z = L$?

iv) Représenter la surpression à l'intérieur du tuyau pour les deux premiers modes de chacun des instruments.

v) Expliquer le rôle du *trou de registre* situé à la distance $L/3$ (environ) de l'extrémité $z = 0$ de la clarinette.

b) Déterminer la longueur approximative d'une flûte dont le fondamental est un mi de fréquence 330 Hz.

c) À longueur égale, quel instrument, flûte ou clarinette, produit le son le plus grave ? Comparer le timbre (c'est-à-dire les différents harmoniques émis) des deux instruments.

d) Comment évoluent les fréquences propres d'un instrument à vent quand la température augmente ? et celles d'un instrument à corde ?

4. Prise en compte de l'impédance de rayonnement

En réalité, une extrémité ouverte ne se comporte pas comme une impédance nulle. Il faut tenir compte de l'onde sonore rayonnée vers l'extérieur.

a) Justifier qualitativement ceci en exprimant la puissance sonore transmise à l'extrémité de l'instrument vers l'air extérieur.

On étudie le cas d'un tuyau à section circulaire de rayon a . On suppose pour simplifier (et à peu près en accord avec les observations expérimentales) que l'onde rayonnée vers l'extérieur est sphérique. L'extrémité du tuyau se comporte en fait comme une source hémisphérique de rayon a .

b) On donne le laplacien d'une fonction $f(r, t)$ en coordonnées sphériques :

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2}$$

Quelle est alors la forme générale de la surpression dans l'air ?

Dans la suite, on ne considérera que des ondes sphériques harmoniques et on écrira la surpression sous la forme :

$$p_1(r, t) = \frac{A}{r} \exp(j(\omega t - kr))$$

c) En déduire l'expression du champ des vitesses puis celle de l'impédance acoustique \underline{Z}_a en $r = a$, appelée *impédance de rayonnement*. Dans l'expression de l'impédance acoustique \underline{Z}_a , on prendra pour aire celle de la source, c'est-à-dire l'aire de la demi-sphère de rayon a .

d) Déterminer la puissance moyenne rayonnée par le tuyau vers l'extérieur.

e) On suppose $ka \ll 1$. Quelle est la signification concrète de cette hypothèse ?

Donner l'expression de \underline{Z}_a successivement à l'ordre 0, 1 puis 2 en ka , et commenter les résultats obtenus. Pourquoi faut-il pousser le développement à l'ordre 2 ?

5. Application au son émis par une flûte.

On s'intéresse dans cette question au fonctionnement d'une flûte dont l'extrémité $z = 0$ correspond à une impédance nulle et l'extrémité $z = L$ à une impédance de rayonnement $\underline{Z}_a = Z_c(R + jX)$ où Z_c est l'impédance caractéristique du tuyau et R et X des réels sans dimension, dépendant de k et de a .

Par exemple, dans le cadre du modèle de la question précédente avec $ka \ll 1$, $R = \frac{1}{2}(ka)^2$ et $X = \frac{1}{2}ka$. Des modèles plus réalistes donnent $X = \alpha ka$ avec α variant de 0,61 à 0,85 selon le modèle.

On fera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- $ka \ll 1$,
- X est proportionnel à ka (on prendra $X = \alpha ka$),
- R est proportionnel à $(ka)^2$,
- les fréquences propres du tuyau sont peu différentes de celles que l'on obtient dans le cas où on suppose $\underline{Z}_L = 0$ donc $\tan(kL) \ll 1$.

a) En utilisant la relation (5), déterminer l'expression de l'impédance acoustique en $z = 0$ en fonction de Z_c , R , X et $\tan(kL)$. La simplifier compte tenu des hypothèses ci-dessus.

b) Montrer que les nouvelles fréquences propres vérifient la relation :

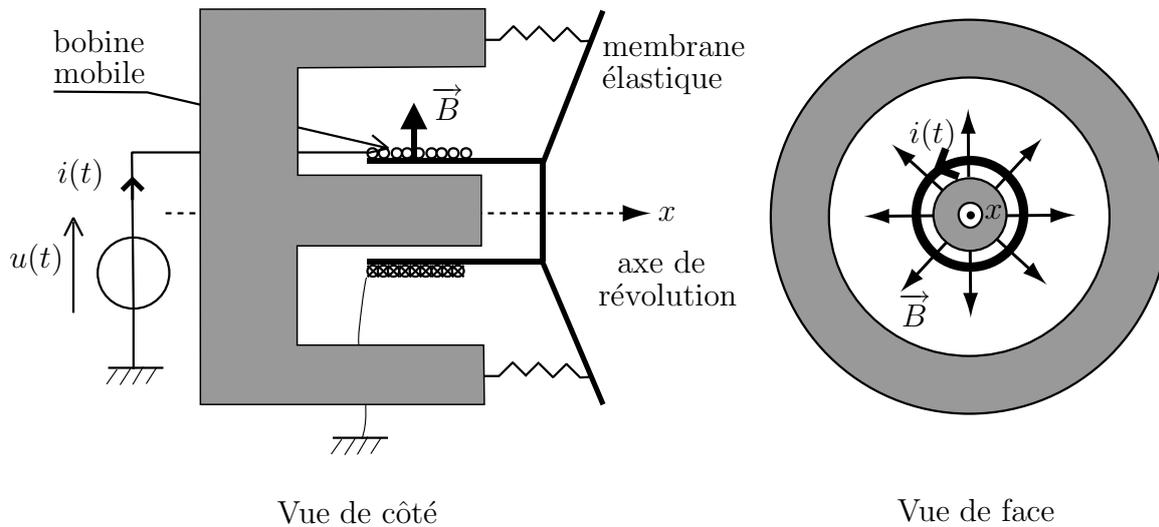
$$\tan(kL) = -\alpha ka$$

c) Par une étude graphique, montrer que les fréquences propres sont légèrement inférieures à celle qu'on obtient en considérant $\underline{Z}_L = 0$ (tuyau idéal). Expliquer pourquoi on peut ramener l'étude à celle d'un tuyau idéal à condition de remplacer la longueur L de celui-ci par une longueur $L + \Delta$ où $\Delta \simeq \alpha a$.

Quatrième partie

Restitution du son - Haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique peut être schématisé de la façon suivante :



Il est constitué :

- d'un aimant annulaire d'axe Ox , créant un champ magnétique radial permanent $\vec{B} = B\vec{e}_r$ de norme quasiment uniforme B dans la région utile de l'entrefer ;
- d'une bobine indéformable de même axe Ox comportant N spires de rayon a , placée dans l'entrefer de l'aimant ;
- d'une membrane \mathcal{M} perpendiculaire à l'axe et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre, grâce à un système élastique modélisé par un ressort unique de raideur k .

L'ensemble mobile {bobine + membrane}, de masse m , repéré par l'abscisse $x(t)$, est de plus soumis à une force de frottement visqueux de la part de l'air de la forme $\vec{F} = -f\frac{dx}{dt}\vec{e}_x$, essentiellement due à l'onde sonore rayonnée par le haut-parleur.

La bobine a une résistance R et une inductance L .

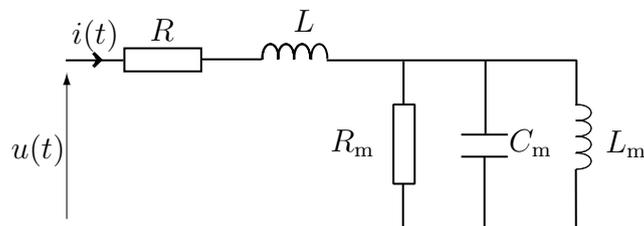
A. Équations du mouvement

1. Expliquer qualitativement le fonctionnement du dispositif.
2. Établir l'équation mécanique du système en choisissant l'origine de l'axe (Ox) au niveau de la position d'équilibre lorsque la bobine n'est parcourue par aucun courant.
3. Le haut parleur est connecté à une source de tension parfaite délivrant la tension $u(t)$. Établir l'équation électrique du système.

B. Impédance du haut-parleur

La tension $u(t)$ est sinusoïdale : $u(t) = U_0 \cos(\omega t)$.

1. a) Écrire l'équation électrique et l'équation mécanique en notation complexe. En déduire que le schéma électrique équivalent du haut-parleur est :



Établir les expressions de R_m , C_m et L_m en fonction de N , a , B , f , k et m .

b) Calculer les valeurs numériques de R_m , C_m et L_m pour un haut-parleur tel que :

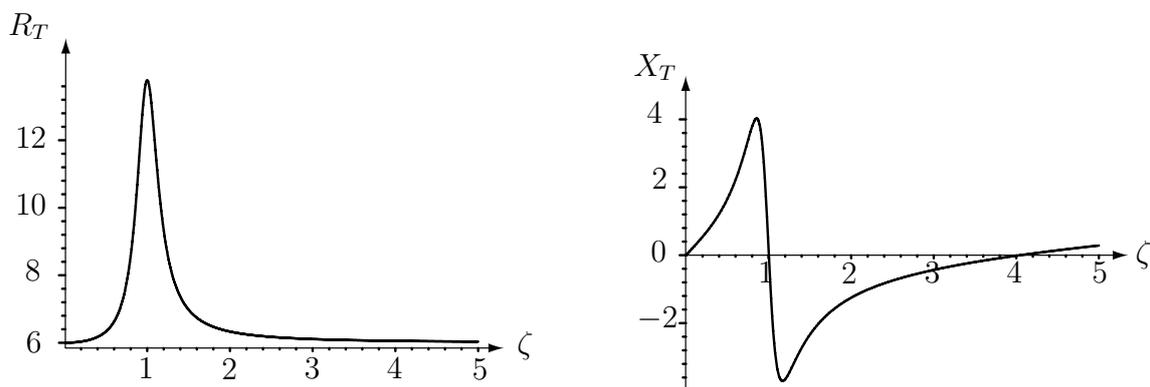
$$m = 3,85 \text{ g}, \quad k = 1200 \text{ N.m}^{-1}, \quad 2\pi NaB = 2,3 \text{ T.m}, \quad f = 0,68 \text{ kg.s}^{-1}.$$

2. Proposer un montage permettant d'étudier expérimentalement l'impédance \underline{Z} du haut-parleur en fonction de la fréquence délivrée par le générateur.

3. On pose $\underline{Z} = R_T + jX_T$ où $j^2 = -1$.

a) Donner l'expression de $R_T(\omega)$ et $X_T(\omega)$ en fonction de R , R_m , C_m , L_m et ω .

b) On pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\zeta = \frac{\omega}{\omega_0}$. Les courbes $R_T(\zeta)$ et $X_T(\zeta)$ pour le haut-parleur précédent ont l'allure suivante :



Il s'agit d'une simulation informatique pour laquelle, outre les valeurs numériques précédentes, on a pris : $R = 6 \Omega$ et $L = 0,285 \text{ mH}$.

Commenter ces courbes en précisant en particulier le comportement en très basse fréquence et en très haute fréquence et en étudiant les éventuelles résonances.

C. Rendement énergétique

1. Écrire l'énergie mécanique E_m du haut-parleur et l'énergie E_L de la bobine puis effectuer un bilan énergétique détaillé du dispositif.

2. Expliquer le rôle du champ magnétique dans le transfert de puissance.

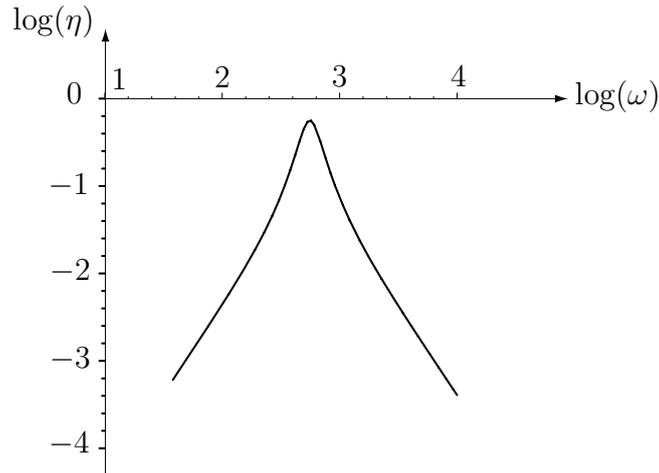
3. a) En régime sinusoïdal, comment se répartit la puissance moyenne fournie par le générateur ?

b) Définir alors le rendement η du haut-parleur et l'exprimer en fonction de R et R_T uniquement.

c) Pour le haut-parleur étudié ci-dessus dont les caractéristiques numériques sont données aux questions **B.1b** et **B.3b**, on donne la courbe $\eta(\omega)$ en échelle logarithmique (voir page suivante).

Commenter. Pour quelle fréquence le rendement est-il maximal ? Est-ce en accord avec les valeurs numériques précédentes ?

Dans quelle gamme de fréquence l'utilisation du haut-parleur est-elle intéressante? Expliquer pourquoi les enceintes acoustiques comportent plusieurs haut-parleurs.



D. Onde acoustique rayonnée

1. On fait dans un premier temps l'hypothèse que l'onde acoustique émise par le haut-parleur est une onde plane progressive harmonique. D'autre part, la force exercée par l'air sur la membrane s'écrit $\vec{F} = -Sp\vec{e}_x$ où S est l'aire de la membrane et p la surpression. Dans cette étude, nous ne considérons que la surpression associée à l'onde émise par le haut-parleur du côté des x positifs.

En déduire l'expression du coefficient f en fonction de la célérité c des ondes sonores dans l'air, de la masse volumique de l'air μ_0 et de l'aire de la membrane S . En déduire un ordre de grandeur de S . Commenter.

2. La membrane du haut-parleur est assimilée à un disque de rayon a , d'axe Oz . On suppose que l'ensemble des points de la membrane vibrent en phase, avec la vitesse $v_0 \exp(j\omega t)$.

a) Quelle condition sur la taille de la membrane suppose cette hypothèse?

b) On admet que chaque surface élémentaire dS_P autour d'un point P de la membrane se comporte comme une source élémentaire émettant une onde sonore dont la surpression en un point M de l'espace est :

$$\underline{dp}_P(M, t) = \frac{j\omega\mu_0v_0}{2\pi PM} \exp\left[j\omega\left(t - \frac{PM}{c}\right)\right] dS_P \quad (6)$$

et que la surpression au point M est obtenue en sommant les surpressions émises par ces sources élémentaires. Dans l'expression (6), μ_0 est la masse volumique de l'air.

Établir l'expression de la surpression en un point $M(0, 0, x)$ de l'axe du haut-parleur en fonction de μ_0 , c , v_0 , $k = \omega/c$, a et x .

c) i) Déterminer, en fonction de a et de λ (longueur d'onde des ondes émises), la position des points sur l'axe où le module de la surpression est maximal puis celle des points où il est minimal. Interpréter les résultats obtenus.

ii) À quelle condition sur a n'y a-t-il aucun extremum du module de la surpression sur l'axe? Cette condition est-elle vérifiée en pratique?

d) Que devient l'expression de $p(M, t)$ loin du haut-parleur? Commenter.

e) Que devient l'expression de $p(M, t)$ au niveau du haut-parleur? Commenter.

Fin

6 Rapport sur la composition de physique 2009

La composition de physique porte sur quelques aspects de la physique des instruments de musique. Elle comporte quatre parties indépendantes :

- La première partie présente un modèle simple d'instrument à corde basé sur l'étude des cordes vibrantes, les approximations (prise en compte de la pesanteur puis de la raideur de la corde) étant discutées dans les deux dernières questions.
- La deuxième partie généralise à deux dimensions l'étude précédente en s'intéressant aux membranes vibrantes pour l'étude de certains instruments à percussion. Dans ces deux parties, le couplage de la corde ou de la membrane avec l'instrument n'est pas étudié.
- La troisième partie propose une étude simplifiée d'instruments à vent, modélisés par un tuyau sonore, tout d'abord supposé infini, puis de longueur finie.
- Enfin, la dernière partie s'intéresse à la restitution du son par un haut-parleur et à l'onde sonore rayonnée par la membrane de celui-ci.

Les trois premières parties sont basées sur l'étude des ondes mécaniques. Elles font appel à des résultats très généraux sur l'équation d'onde de d'Alembert. La quatrième partie traite d'une application directe du phénomène d'induction électromagnétique. Ces domaines doivent être maîtrisés par de futurs enseignants de Sciences Physiques.

Remarques générales

Bien qu'un certain nombre de candidats lise attentivement l'énoncé et s'efforce de répondre aux questions telles qu'elles sont libellées, beaucoup de candidats proposent des solutions qui répondent partiellement aux questions ou développent des étapes intermédiaires qui sortent de la procédure de résolution imposée par l'énoncé et relèvent donc du « hors sujet ».

Ce n'est pas au correcteur de chercher le numéro de la question à laquelle répond un candidat, mais au candidat d'indiquer clairement ce qu'il fait et d'indiquer au moment opportun la réponse appropriée. De plus, les réponses doivent être rédigées à l'encre et non au crayon. La précision de la rédaction et la qualité de l'expression sont des qualités que l'on doit retrouver chez un enseignant.

Les applications numériques qui jalonnent l'épreuve rapportent un nombre de points non négligeable à condition qu'elles soient présentées avec un nombre de chiffres significatifs raisonnable et accompagnées d'une unité. De même, les discussions sur l'homogénéité des expressions doivent être traitées avec rigueur et précision. Enfin, une réponse affirmée mais non justifiée n'a aucune valeur. La justification peut être très concise mais elle est nécessaire.

Les commentaires qu'ils soient spontanés ou sollicités par l'énoncé ne doivent pas être des lapalissades mais un discours argumenté, accompagné d'une conclusion. Les réponses attendues à ce type de questions doivent rester concises et précises. En ce sens on rappelle qu'une grandeur ne peut être considérée comme négligeable que si elle est comparée à une autre grandeur qui lui est homogène.

Enfin, il s'avère peu rentable de se disperser et d'essayer de grappiller des points en essayant de répondre à quelques questions piochées çà et là dans l'énoncé. Le jury a apprécié les candidats faisant l'effort de traiter à fond une partie. Le barème a récompensé ces candidats sous forme de points de bonus réservés aux copies dans lesquelles une partie entière était traitée de manière significative.

Le jury a eu le plaisir de corriger des copies montrant que leurs auteurs possèdent parfaitement les connaissances mises en jeu dans ce sujet ainsi que la maîtrise suffisante pour expliquer clairement leur pensée. Malheureusement, les copies faibles restent nombreuses et le but de ce rapport est de permettre qu'à l'avenir leur nombre diminue.

Remarques de détail

Première partie

Question A - Les correcteurs ont pu observer un certain manque de rigueur dans l'établissement de l'équation de d'Alembert, surtout au niveau de l'analyse des ordres de grandeur de perturbation des différents termes. Outre ceux qui ont choisi leur méthode personnelle pour établir cette équation, ceux qui ont utilisé le texte n'ont que rarement fait apparaître tous les termes et négligés après inventaire exhaustif, les ordres supérieur à un.

Question B - L'établissement de la solution en ondes stationnaires n'a pas été abordé correctement. Peu de candidat ont utilisé l'équation de d'Alembert pour établir, à partir d'une fonction générale de la forme $f(t)g(x)$, l'expression non divergente dans le temps d'une onde stationnaire.

La question B.1.g) demandait de proposer une expérience permettant d'observer les modes propres d'une corde et d'en mesurer les paramètres. Les correcteurs ont été surpris de constater que le stroboscope suscitait une telle fascination chez les candidats qu'ils en ont même oublié de parler de la corde. Peu importe que la fréquence soit déterminée par lecture sur un GBF alimentant un vibreur ou celle alimentant un stroboscope, l'important est le protocole d'excitation d'un mode propre et de s'assurer qu'il s'agit bien de ce mode !

La question B.2) étudie la solution générale de l'équation d'onde pour une corde fixée à ses deux extrémités satisfaisant à des conditions aux limites données. Pour cette question, beaucoup de candidats se sont contentés de réécrire le texte ou de retranscrire les solutions sans aucune démonstration.

Question C - L'établissement de l'énergie potentielle est une partie délicate que n'a été que peu abordée ou à défaut de manière très maladroite. La question C.1.b.i) a été le point de départ des erreurs de raisonnement qui ont compromis cette partie. En effet, les candidats ont majoritairement oublié que le système en question subit des actions en x mais aussi en $x + dx$.

Question D - La partie «Influence de la pesanteur» a été plutôt mieux traitée que les autres. On note cependant l'oubli des constantes d'intégration à la question 3-a) et lors de la conclusion 3d) quant à l'aspect négligeable du champ de pesanteur, h est trop souvent considéré comme « petit » sans aucun critère de comparaison. Enfin cette étude ne se plaçait pas dans l'hypothèse de petits déplacements transversaux, ce que beaucoup de candidats ont oublié malgré la phrase explicite de l'énoncé. A ce sujet, le jury rappelle encore une fois

l'importance d'une lecture *détaillée* de l'énoncé. **Question E** – Cette question, plus difficile, a été moins souvent abordée que les précédentes. Dans cette partie, comme le mentionne le texte, le vecteur \vec{T} n'est plus tangent à la corde et on ne peut donc plus écrire $\tan(\alpha) = \frac{T_y}{T_x}$.

Par ailleurs, on rappelle qu'un couple peut être considéré comme un système de deux forces opposées, de moment non nul et que ce couple ne doit donc pas apparaître dans la loi de la résultante.

Deuxième partie

Question A – La résultante des forces de tension étant donnée dans l'énoncé, le jury ne se contente pas d'une paraphrase mais attend une justification précise de l'expression demandée. L'analyse dimensionnelle demandée à la question A3b) a donné lieu à de nombreuses erreurs : la tension T est ici une force par unité de longueur.

Question B – La séparation des variables doit faire apparaître clairement des termes dépendant de variables indépendantes pour que l'on puisse affirmer que ces termes sont constants.

La question B.2.b) comportait une erreur d'énoncé : il fallait lire : $K' = -m^2$ et non $K' = -4\pi^2 m^2$. Le barème a tenu compte de cette erreur et n'a aucunement pénalisé les candidats qui ne l'ont pas détectée. En revanche, les candidats qui ont poussé leur raisonnement jusqu'au bout et qui ont signalé cette erreur ont été récompensés.

Les candidats qui ont abordé la fin de cette partie et les applications numériques demandées l'ont fait avec beaucoup de réussite.

Troisième partie

Question A - Cette question a pour but d'établir les équations de propagation dans le cadre de l'approximation acoustique. L'énoncé proposait une démarche ainsi que des notations et un certain nombre de candidats n'en a pas tenu compte et a traité cette partie à leur manière.

Les équations linéarisées sont parfois données sans justification et l'évolution isentropique a souvent été utilisée de la propre initiative des candidats en question 5a) alors que la question 5b) et la suite établit la cohérence de ce modèle. En ne suivant pas la démarche imposée par le sujet les candidats se mettent dans un contexte de hors sujet.

Question B – La question B.1) demandait d'établir l'expression de l'impédance acoustique, ce que peu de candidats ont su faire.

La résolution en ondes stationnaires pour l'étude de la propagation guidée nécessite la même démarche technique que celle de la B21) et B22) pour la membrane circulaire consistant à séparer les variables à partir de l'écriture de l'équation de d'Alembert. Cette méthode doit ici être appliquée rigoureusement pour faire apparaître les trois constantes k_x^2 , k_y^2 et k_z^2 . Cette question n'a pas été traitée de façon suffisamment rigoureuse et ainsi la relation entre k_x , k_y , k_z et ω a été compromise.

L'expression des modes propres p_{nm} a souvent donné lieu à un trafic opportuniste conduisant à la solution fournie par le texte plus qu'à un raisonnement précis exploitant les conditions limites.

Question C – La question est basée sur l’expression, donnée dans l’énoncé, de la relation entre les impédances acoustiques aux deux extrémités du tuyau sonore. Cette relation est ensuite exploitée pour étudier le son émis par une flûte et une clarinette. Là encore, les candidats qui ont choisi un autre mode de raisonnement pour répondre à ces questions se sont mis dans un contexte de hors sujet et ne peuvent donc prétendre à la totalité des points attribués à la question.

La fin de cette question (questions 4 et 5) n’a quasiment jamais été abordée.

Quatrième partie

Question A - Il s’agit ici d’un exercice classique d’induction qui se résout classiquement à l’aide des équations électriques et mécaniques couplées. En effet, l’équation électrique fait intervenir la force électromotrice d’induction dépendant de la vitesse de l’équipage mobile et l’équation mécanique, la force de Laplace dépendant de l’intensité dans le circuit. Les correcteurs ont été surpris du nombre non négligeable de candidats oubliant la force électromotrice d’induction dans l’équation électrique ce qui compromet toute la suite. Il faut par ailleurs faire preuve d’un minimum de rigueur dans l’établissement de l’expression de la force de Laplace et de la force électromotrice d’induction, en particulier au niveau du signe.

Question B - Le circuit électrique équivalent faisant apparaître l’impédance motionnelle traduisant le couplage électromécanique était fourni ; l’identification des composants s’est avérée fastidieuse avec des erreurs d’homogénéité, les calculs étant souvent menés de façon très maladroite. L’utilisation de l’admittance équivalente au bloc (L_m, C_m, R_m) plutôt que l’impédance simplifie beaucoup les calculs.

Les commentaires des courbes n’utilisent que rarement les expressions littérales (*je propose une permutation*) obtenues pour étudier les comportements et demeurent souvent très imprécis.

Question C – Un haut-parleur n’est pas utilisé au voisinage de la résonance mais dans une gamme de fréquences où la puissance fournie dépend peu de la fréquence.

Question D – Un certain nombre de candidats ayant abordé cette question confond la vitesse de déplacement du haut-parleur avec la célérité des ondes sonores.

La suite de cette question a été très rarement traitée.

7 Énoncé de la composition de chimie 2009

Silicium : de l'âge de pierre aux nanotechnologies

Élément le plus abondant sur terre après l'oxygène (27,6%), le silicium n'existe pas dans la nature à l'état libre. On le trouve principalement, sous forme de dioxyde, dans la silice et dans les silicates (feldspaths, kaolinite par exemple...). Son nom vient du latin *silix* – caillou. Antoine Lavoisier avait soupçonné son existence en 1787, mais il ne fut isolé, dans un état de pureté suffisant pour entreprendre son étude, qu'en 1823 par Jöns Jacob Berzelius.

Utilisé depuis très longtemps sous forme d'oxyde de silicium amorphe comme composant essentiel du verre, du ciment ou des céramiques, le silicium pur est aujourd'hui utilisé pour ses propriétés semi-conductrices dans les circuits intégrés. Le silicium est également un élément essentiel en biologie, bien que présent dans le monde animal et végétal à l'état de trace. Dans le règne animal, la molécule la plus riche en silicium est l'acide hyaluronique. Dans les mers, les diatomées, microorganismes présents dans le plancton, participent au cycle géochimique du silicium ; ils y utilisent la silice pour générer leur membrane externe. En raison des analogies entre silicium et carbone, les chimistes ont songé au début du XX^{ème} siècle à bâtir une « chimie organique » de l'élément silicium ; celle-ci s'articule autour de son affinité pour l'oxygène.

Différents aspects de la chimie du silicium sont abordés au cours de ce problème, qui a trait à son intervention dans des catalyseurs tels que les zéolithes, son élaboration industrielle pour des applications dans le domaine des supraconducteurs (élaboration de composants pour cellules photovoltaïques) et son utilisation dans la fabrication de diodes moléculaires.

Le présent problème est constitué de trois parties strictement indépendantes, elles-mêmes divisées en thématiques et savoir-faire très distincts.

Les données numériques sont regroupées au début de l'énoncé. La feuille de papier millimétré, fournie avec cet énoncé, est à rendre avec la copie et peut être utilisée pour traiter la question A.3.2.b.

Données

Constantes physiques :

Constante des gaz parfaits	$R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Nombre d'Avogadro	$N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,110 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,85418 \times 10^{-12} \text{ m}^{-3}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^4\cdot\text{A}^2$
Charge élémentaire	$q_e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Données relatives à quelques éléments chimiques :

	Al	Si	Na	H	O	Fe	P	Ti	B	C	F	N
Z^a	13	14	11	1	8	26	15	22	5	6	9	7
M^b	26,98	28,09	22,99	1,01	16,00	55,85	30,97	47,88	10,81	12,00	19,00	14,00
χ^c	1,6	1,8	0,9	2,2	3,4	1,8	2,2	1,5	2,0	2,5	4,0	3,1

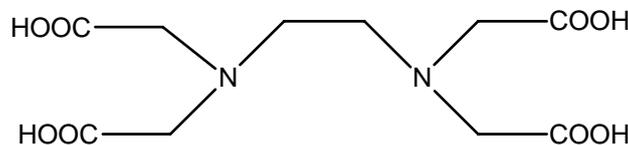
^a Numéro atomique ; ^b Masse molaire atomique (g.mol⁻¹) ; ^c Electronegativité selon Pauling

Énergies de dissociation de liaison

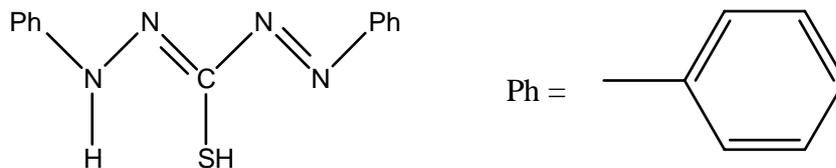
$$D_{H-F} = 565 \text{ kJ.mol}^{-1}; D_{Si-H} = 294 \text{ kJ.mol}^{-1}; D_{Si-F} = 590 \text{ kJ.mol}^{-1}; D_{Si-Si} = 200 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

Formules brutes et développées de quelques ligands organiques :

EDTA (H₄Y) : C₁₀H₁₆O₈N₂ acide éthylène-diamine-tétracétique



Dithizone (HDz) : C₁₃H₁₂N₄S



Constantes d'acidité (pK_a) à 25°C de quelques couples acido-basiques de Brönsted dans l'eau :

Couple acide/base	HF/F ⁻	Dithizone ^a	NH ₄ ⁺ /NH ₃	RNH ₃ ⁺ /RNH ₂ ^b	H ₂ O ₂ /HO ₂ ⁻
pK_a	3,45	4,8	9,25	10,5	12
Couple acide/base	pyridinium/pyridine		EDTA (H ₆ Y ²⁺)		
pK_a	5,16		1,0 ; 1,5 ; 2,0 ; 2,7 ; 6,2 ; 10,2		

^a Il s'agit du pK_a du couple thiol/thiolate de la dithizone

^b R = groupe alkyle

On rappelle que le produit ionique de l'eau à 25°C est $K_e = 10^{-14}$.

Constantes de dissociation de quelques complexes en solution aqueuse à 25°C :

Dans les équations chimiques ci-dessous, Y fait référence à l'EDTA



Constantes de précipitation en solution aqueuse à 25°C :

$$pK_s(\text{Al}(\text{OH})_3) = 32$$

$$pK_s(\text{Hg}_2\text{SO}_4) = 6,25$$

$$pK_s(\text{K}_2\text{SO}_4) = -0,116$$

Potentiels standard d'oxydation à 25°C, pH = 0 par rapport à l'électrode standard à hydrogène :

Couple redox	H ₂ O ₂ /H ₂ O	O ₂ /H ₂ O	Hg ₂ ²⁺ /Hg	O ₂ /H ₂ O ₂
E ⁰ (V)	1,776	1,230	0,796	0,682

On prendra $\frac{RT}{nF} \ln 10 = 0,059 \text{ V}$ à 25 °C pour les calculs électrochimiques.

Données thermodynamiques concernant quelques éléments et leurs composés à 25°C :

$\Delta_f H^0$ enthalpie standard de formation

S^0 entropie molaire standard

C_p^0 capacité calorifique molaire standard à pression constante

T_{fus} (T_{vap}) température de fusion (d'ébullition) sous 1 bar

$\Delta_{fus} H^0$ ($\Delta_{vap} H^0$) chaleur latente ou enthalpie molaire standard de fusion (d'ébullition) à 25°C

Corps simple ou composé	$\Delta_f H^0$ (kJ.mol ⁻¹)	S^0 (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	C_p^0 (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)	T_{fus} (K)	$\Delta_{fus} H^0$ (kJ.mol ⁻¹)	T_{vap} (K)	$\Delta_{vap} H^0$ (kJ.mol ⁻¹)
O ₂ (g)		205,1	29,4	54,6		90,0	
C(s) (graphite)		5,7	8,5	3925		5100	
CO(g)	-110,5	197,7	29,1	74	0,8	81,5	6
CO ₂ (g)	-395,5	213,7	37,1	216,4	8,3	194,5(sub)	
Fe ₈ (s)		27,3	25,1	1808	15,1	3023	351
FeO(s)	-266,1	57,5	48,1	1693	31,4		
Fe ₂ O ₃ (s)	-824,0	87,4	103,8	1565			
Fe ₃ O ₄ (s)	-1118,4	146,4	143,4	1841 (d)	138,1		
Si(s)		18,8	20,0	1683	46,0	2628	297,0
SiO ₂ (s)	-910,9	41,8	44,4	1883	8,5	2503	8,5
Al(s)		28,3	24,4	933	10,9	2740	284,0
Al ₂ O ₃ (s)	-1675,7	50,9	79,0	2318	108,8	3253	
Ti(s)		30,7	25,0	1948	16,0	3533	429
TiO ₂ (s)	-944,7	50,3	55,0	2128	66,9	2773	
P(s)		41,1	23,8	317	0,6	553	12,4
P ₄ O ₁₀ (s)	-2984,0	228,9	211,7	853		573 (sub)	
B(s)		6,5		2313	15,9	2823 (sub)	
B ₂ O ₃ (s)	-1263,4	54,0		733	22,0	2133	

Nombre d'onde σ (en cm⁻¹) des vibrations de valence de quelques groupes fonctionnels

Liaison	C _{tétragonal} -H	C _{trigonal} -H	C _{digonal} -H	C≡C	C=C	C-C
σ (cm ⁻¹)	2800-3000	3000-3100	3300-3310	2100-2150	1625-1685	1000-1250
Intensité	fort	moyen	faible	faible	moyen	fort
Liaison	C=O anhydride	C=O (RCOCl) ^a	C=O (RCO ₂ R') ^a	C=O (RCOH) ^a	C=O (RCO ₂ H) ^a	C=O (RCOR') ^a
σ (cm ⁻¹)	1700-1840	1770-1820	1700-1740	1650-1730	1680-1710	1650-1730
Intensité	fort (2 bandes)	fort	fort	fort	fort	fort

^a R et R' représentent des groupements alkyles.

Déplacement chimique (en ppm) de quelques protons en RMN ¹H

Proton	-C=CH ₂	-C=CH -	-C=CH -CO	-C -CH ₂ -CO -O	-C -CH ₂ -C -
δ (ppm)	5,3	5,1	5,9	2,2	1,3

Partie A : Zéolithes et catalyse

Les zéolithes sont des tectosilicates hydratés dont la charpente aluminosilicique présente de grandes « cages », communiquant par des « tunnels » plus ou moins larges, dans lesquels peuvent se loger des cations ou de petites molécules. La structure atomique de ces composés leur confère des propriétés catalytiques exceptionnelles qui ont conduit à leur vaste utilisation dans l'industrie chimique moderne, de la pétrochimie à l'agrochimie, en passant par les détergents et la purification de l'eau.

Cette partie s'intéresse à la caractérisation physico-chimique d'une zéolithe de type faujasite, nommée couramment zéolithe de type Y, de formule générale Na_wAl_xSi_yO_z.nH₂O, et son utilisation dans la nitration de dérivés aromatiques.

A.1- Dosage de l'aluminium dans la faujasite

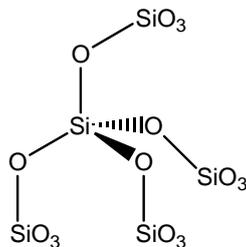
Un échantillon de 1,00 g de faujasite est prélevé et mélangé avec 0,53 g de carbonate de sodium dans un mortier. Le mélange est ensuite fondu dans un creuset en platine puis traité par 100 mL d'acide nitrique concentré. Le milieu est ensuite porté à ébullition pour favoriser la dissolution des ions sodium Na⁺ et aluminium Al³⁺, puis filtré pour éliminer le précipité. Le filtrat est transféré dans une fiole jaugée A de 100,0 mL, dont le volume est complété. Un volume de 10,0 mL de cette solution est prélevé et placé dans un erlenmeyer de 250 mL. Sont ajoutés à cette solution successivement 110 mL d'une solution tampon concentrée de pH = 4,5, 20 mL d'une solution de sel disodique de l'acide éthylène-diamine-tétraacétique de concentration 50,0 mmol.L⁻¹, 60 mL d'éthanol et quelques gouttes d'une solution de dithizone dans l'éthanol à 95%. Le mélange dans l'erlenmeyer prend alors une coloration verte. Une solution de nitrate de zinc de concentration 100,0 mmol.L⁻¹ est placée dans la burette. Le contenu de l'erlenmeyer est finalement titré par la solution contenue dans la burette. La couleur de la solution dans l'erlenmeyer vire du vert au rouge pour un volume d'ions Zn²⁺ ajouté de 5,7 mL. Le titrage de la solution de faujasite après traitement acide par les ions Zn²⁺ est réalisée à 25 °C.

- A.1.1-** Quel élément chimique de la faujasite reste dans le précipité lors du traitement à l'acide nitrique ?
- A.1.2-** L'EDTA peut exister sous plusieurs formes acido-basiques. Sachant que le pK_a des couples impliquant les fonctions acides carboxyliques et amines d'un acide α -aminé tel que la glycine $\text{NH}_2\text{-CH}_2\text{-CO}_2\text{H}$ sont respectivement de 2,3 et 9,6 et que le pK_a des couples impliquant les fonctions amines en solution aqueuse est très sensible à l'environnement chimique de l'azote, donner la formule développée de la forme acido-basique prépondérante de l'EDTA à $pH = 4,5$.
- A.1.3-** Calculer le pH de début de précipitation d'une solution d'aluminium de concentration $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.
- A.1.4-** Écrire la réaction de complexation de l'aluminium par l'EDTA dans les conditions opératoires considérées ($pH = 4,5$).
- A.1.5-** Calculer la constante de cette réaction. Que peut-on en conclure ?
- A.1.6-** En déduire la composition qualitative de la solution dans l'erlenmeyer avant ajout d'ions Zn^{2+} , l'EDTA étant supposée en excès.
- A.1.7-** L'excès d'EDTA est dosé par les ions Zn^{2+} . Écrire la réaction chimique de dosage.
- A.1.8-** La dithizone (HDz) est verte en solution aqueuse et le complexe AlY^- est incolore. A quelle réaction chimique peut-on attribuer le changement de couleur de la solution du vert au rouge ? L'équation de cette réaction n'est pas demandée.
- A.1.9-** Calculer la concentration en aluminium (en mol.L^{-1}) de la solution dans la fiole jaugée A.
- A.1.10-** En déduire la composition massique (en %) de la faujasite en aluminium.

A.2- Détermination du ratio Si/Al dans la faujasite par RMN

Les aluminosilicates tels que la faujasite peuvent être considérés comme provenant des silicates par substitutions discrètes d'un atome de silicium par un atome d'aluminium.

- A.2.1-** Considérant un atome de Si particulier, son environnement chimique dans un silicate peut être représenté par la structure moléculaire tétraédrique suivante :



Sachant que la distribution relative de Al et Si dans les aluminosilicates est contrôlée par la loi de Lowenstein qui stipule que deux atomes d'aluminium ne peuvent être pontés par un même oxygène (autrement dit, 2 tétraèdres AlO_4^- ne peuvent être contigus), décrire les divers environnements possibles pour le silicium dans les aluminosilicates.

- A.2.2-** Parmi les trois isotopes naturels du silicium, le silicium ^{29}Si a une abondance de 4,71% et possède un spin nucléaire de $1/2$. Il présente donc un comportement analogue à celui du proton en RMN. On supposera toutefois dans ce qui suit que le couplage scalaire $^nJ_{\text{Si-Si}}$ ($n \geq 2$) d'un noyau silicium avec ses noyaux voisins est nul.
- A.2.2.a-** Donner la définition du déplacement chimique en RMN. Quel est l'intérêt de ce paramètre par rapport à la fréquence du signal ?
- A.2.2.b-** Le déplacement chimique d'un noyau dépend de son environnement. Le tableau ci-dessous rend compte de cette évolution pour le déplacement chimique ^1H des halogénoalcanes :

Halogénoalcane	$\delta(^1\text{H})$ (ppm)
CH ₃ -F	4,3
CH ₃ -Cl	3,1
CH ₃ -Br	2,7
CH ₃ -I	2,2

Table 1 : Déplacements chimiques ^1H dans les halogénoalcane

En déduire l'influence de l'électronégativité des atomes voisins sur le déplacement chimique du proton.

- A.2.2.c-** En transposant ce raisonnement au noyau silicium, prévoir le sens de variation du déplacement chimique du silicium, lorsqu'un atome de silicium voisin est substitué par un atome d'aluminium.
- A.2.2.d-** En déduire le déplacement chimique relatif du silicium pour les différents environnements du silicium dans les aluminosilicates obtenus en **A.2.1**.
- A.2.2.e-** Les spectres RMN- ^{29}Si enregistrés sur trois échantillons d'aluminosilicates différents sont reportés Figure 1 ci-dessous. Sur l'ensemble des spectres, 5 massifs d'intensité variable peuvent être identifiés. Interpréter l'existence de ces 5 pics.
- A.2.2.f-** Le spectre de la faujasite correspond au spectre **B**. Que dire qualitativement du rapport Si/Al dans cet échantillon par rapport aux deux autres ?
- A.2.2.g-** On remarque des déplacements chimiques légèrement différents pour les différents massifs dans les spectres des trois aluminosilicates. Proposer une interprétation.

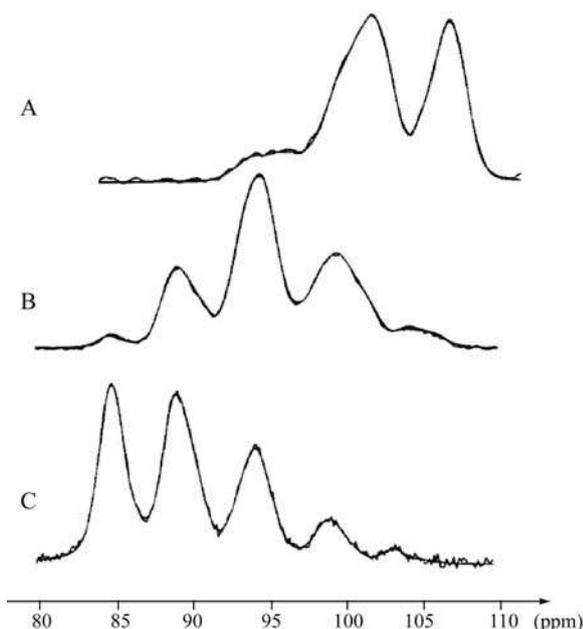


Figure 1 : Spectres RMN- ^{29}Si d'échantillons d'aluminosilicates

A.2.3- La RMN- ^{29}Si est utilisée pour quantifier le rapport Si/Al dans la faujasite.

A.2.3.a- Les intégrales des différents signaux pour la faujasite sont reportées ci-dessous. Montrer que le rapport molaire Si/Al est tel que :

$$\frac{Si}{Al} = \frac{\sum_{n=0}^4 I_{Si(nAl)}}{\sum_{n=0}^4 \frac{n}{4} I_{Si(nAl)}}, \text{ où } I_{Si(nAl)} \text{ est une intégrale que l'on définira}$$

$\delta(^{29}\text{Si})$ (ppm)	Intégrale
84,7	0,30
89,0	3,12
94,5	7,53
99,5	4,68
104,5	0,80

Table 2 : Intégrale des différents signaux de RMN-²⁹Si pour la faujasite (**Figure 1** - spectre B)

A.2.3.b- En déduire le pourcentage massique de silicium dans la faujasite.

A.3- Activité catalytique de la faujasite

La nitration du 1-chloro-2-nitrobenzène dans le dichlorométhane par N₂O₅ à 0°C est catalysée par la faujasite.

A.3.1- Représenter la formule de Lewis du pentoxyde de diazote N₂O₅. Le nom usuel du pentoxyde de diazote est anhydride nitrique.

A.3.2- L'évolution de la concentration de réactif et de produit est suivie en fonction du temps lors de la nitration du 1-chloro-2-nitrobenzène (concentration initiale 0,10 mol.L⁻¹) par N₂O₅ (2 mol.L⁻¹) en présence de 151 mg de faujasite dans 6 mL de dichlorométhane à 0°C. Les données et les courbes correspondantes sont présentées respectivement Table 3 et Figure 2.

Temps (min)	2,54	5,54	9,00	11,54	15,46	20,54	25,62	30,00
1-chloro-2-nitrobenzène (mol.L ⁻¹)	0,075	0,048	0,032	0,023	0,013	0,008	0,005	0,004
Produit (mol.L ⁻¹)	0,035	0,058	0,073	0,083	0,093	0,098	0,101	0,104

Table 3 : Évolution de la concentration en 1-chloro-2-nitrobenzène et en produit majoritaire en fonction du temps

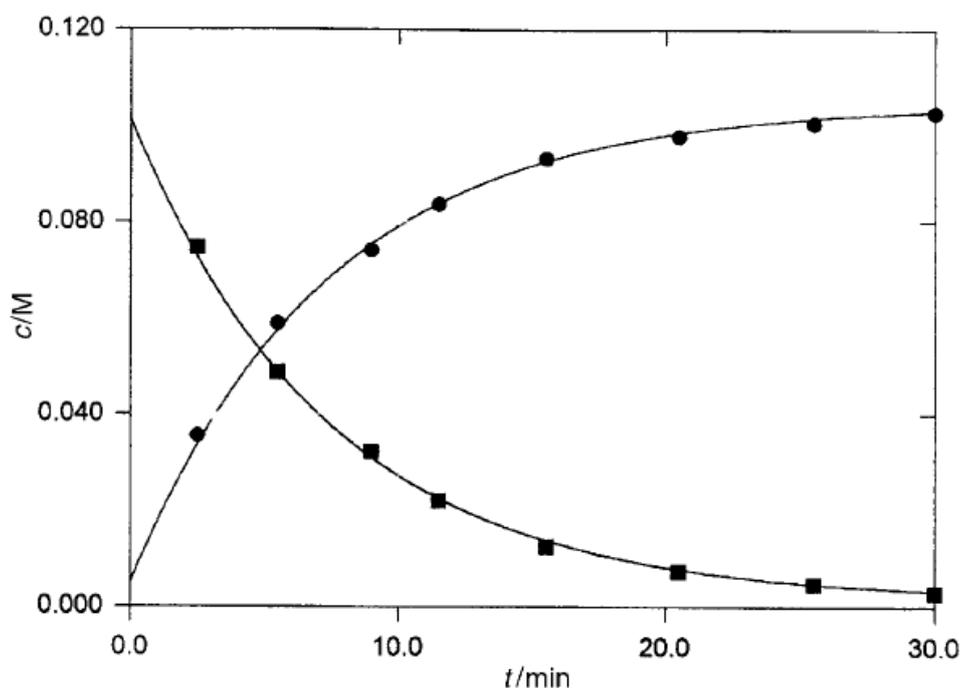


Figure 2 : Évolution de la concentration en 1-chloro-2-nitrobenzène (■)

et en produit majoritaire (●) en fonction du temps

- A.3.2.a-** Proposer une méthode permettant de déterminer la concentration en 1-chloro-2-nitrobenzène et en produit formé à un temps t donné. Justifier ce choix en précisant la nature de la propriété moléculaire des espèces étudiées qui est exploitée.
- A.3.2.b-** Montrer que la cinétique de nitration du 1-chloro-2-nitrobenzène est d'ordre 1 par rapport au dérivé aromatique de départ.
- A.3.2.c-** Déterminer la constante de vitesse k de cette réaction.
- A.3.2.d-** Déterminer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ du 1-chloro-2-nitrobenzène.

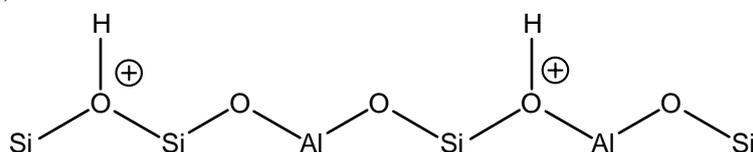
A.3.3- Pour étudier l'efficacité de la faujasite, des quantités variables de faujasite sont introduites dans le milieu réactionnel et les constantes de vitesse k mesurées. Les résultats de ces mesures sont reproduits dans le tableau ci-dessous :

m masse de faujasite (mg)	58	144	151	320
$10^3 k$ (s^{-1})	0,83	2,06		4,58

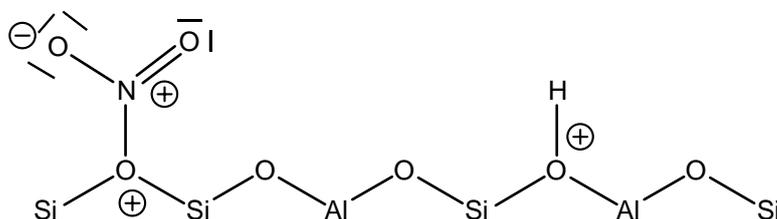
Table 4 : Evolution de la constante de vitesse k en fonction de la masse de faujasite utilisée dans la réaction de nitration.

- A.3.3.a-** Etudier l'évolution du rapport k/m .
- A.3.3.b-** A quelle conclusion ce résultat conduit-il, sachant que la valeur de la constante de vitesse k est indépendante de la concentration en N_2O_5 ?

A.3.4- Malgré un prétraitement à $350^\circ C$ sous vide, les zéolithes fixent des protons en surface, de sorte que le catalyseur peut être représenté par la structure moléculaire suivante (où la sphère de valence des atomes de silicium et d'aluminium n'est que partiellement représentée) :



Dans cette structure, la répartition des atomes de Si et de Al ainsi que la protonation des atomes d'oxygène a été choisie aléatoirement. Au cours de l'interaction de cette surface avec N_2O_5 , la formation de l'intermédiaire réactionnel suivant et d'acide nitrique a été proposée :



Expliquer la formation de cet intermédiaire. On supposera que cette étape est rapide et on notera l'électrophilie accrue de l'azote dans cet intermédiaire.

- A.3.5-** Par analogie avec le mécanisme de nitration aromatique au programme, proposer une (ou plusieurs) étape(s) permettant d'expliquer la nitration du 1-chloro-2-nitrobenzène à partir de l'intermédiaire précédent et compatible avec les résultats cinétiques en **A.3.2** et **A.3.3**.
- A.3.6-** Représenter la formule développée du produit majoritaire en justifiant la régiosélectivité observée.

A.3.7- L'obtention de produits de polynitration est-elle favorable ? Justifier la réponse.

Partie B : Production de silicium pour la fabrication de cellules solaires photovoltaïques

Avec la prise de conscience du réchauffement climatique par effet de serre, l'utilisation d'énergie solaire, énergie propre et inépuisable, s'est accrue et avec elle la production de cellules solaire, production qui atteint une croissance annuelle de 60% dans des pays tels que le Japon. Si l'abondance de cet élément dans la croûte terrestre est grande, la production de silicium pur pour une utilisation solaire (Si-SOG) à un coût et une pureté (99,9999%) raisonnables n'est pas chose aisée. L'étude qui suit envisage, à partir de considérations thermodynamiques, quelques aspects de l'élimination d'impuretés du silicium de qualité métallurgique (Si-MG, pureté 96-99%) en vue de la préparation de silicium Si-SOG.

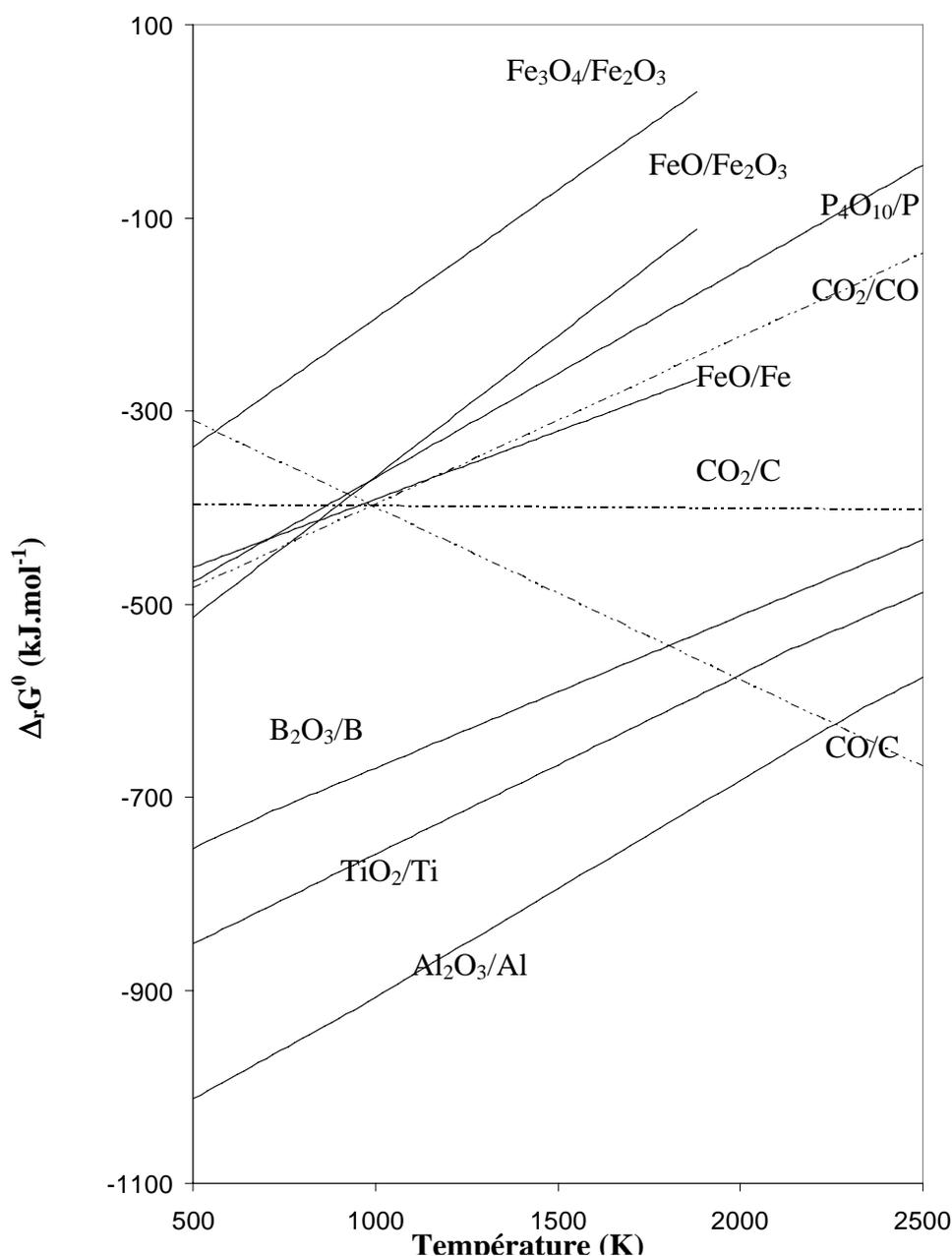


Figure 3 : Diagramme d'Ellingham, rapporté à une mole de dioxygène, pour quelques oxydes

Industriellement, le silicium Si-MG est produit par réduction de silice SiO_2 (introduite sous forme de galets ou de morceaux de quartz filonien) en mélange avec des réducteurs, tels que le bois, le charbon de bois, la houille ou le coke, dans un four à arc électrique où plongent des électrodes de graphite, qui apportent la puissance de 30 MW et la température requises. Le diagramme d'Ellingham ci-dessus permet d'étudier les conditions thermodynamiques de cette réduction dans la plage de température [500 K, 2500 K].

B.1- Obtention du silicium de qualité métallurgique (Si-MG)

- B.1.1-** En quoi consiste l'approximation d'Ellingham ?
- B.1.2-** Dans ce diagramme, on observe de légères ruptures de pente pour Ti à 1948 et 2128 K, pour Al à 933 et 2318 K, pour B à 733 et 2313 K. Proposer une interprétation à cette observation. Dans le cas particulier du titane, préciser le sens de variation de la pente.
- B.1.3-** Pour le silicium, l'équation de la droite d'Ellingham est donnée pour deux domaines de température :
- $$\Delta_r G^0 = -910,9 + 0,182T \quad (\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}) \quad 500 \leq T (\text{K}) \leq 1683$$
- $$\Delta_r G^0 = -956,9 + 0,209T \quad (\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}) \quad 1683 \leq T (\text{K}) \leq 1883$$
- Établir l'équation de la droite d'Ellingham pour le silicium dans le domaine de température $1883 \leq T (\text{K}) \leq 2500$.
- B.1.4-** Industriellement, une température de 1700 °C est utilisée pour la carboréduction de la silice par le carbone. Écrire l'équation de carboréduction de la silice dans ces conditions, en précisant l'état physique de chacun des corps considérés.
- B.1.5-** La silice utilisée comporte souvent, sous formes d'oxydes, des impuretés comprenant les éléments B, P, Al, Fe et Ti. Sous quelle(s) forme(s) physico-chimique(s) se trouve(nt) qualitativement les éléments phosphore et aluminium après l'étape de carboréduction ? Aucun calcul n'est demandé.

B.2- Affinage du silicium par un cycle fusion-solidification

Le silicium de qualité métallurgique (Si-MG) doit être purifié, pour éliminer les impuretés qui endommagent la stabilité des cellules solaires dans le temps. Pour ce faire des cycles de fusion-solidification peuvent être envisagés, pendant lesquels l'impureté se partage entre les phases liquide et solide. On se propose, dans ce qui suit, de déterminer le coefficient de ségrégation du fer, grandeur physique qui permet d'évaluer la performance d'une expérience d'affinage du silicium par un tel cycle.

- B.2.1-** Étude des propriétés thermodynamiques du fer dans une solution de silicium fondu par la méthode d'effusion de Knudsen

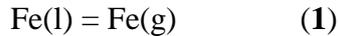
Un alliage Fe-Si de composition connue est introduit dans une cellule de Knudsen. Cette cellule est composée d'une cuve thermostatée à la température T et possède un petit orifice par lequel peut effuser la vapeur produite. En sortie de la cellule de Knudsen, le gaz est ionisé à l'aide d'une énergie de 30 eV et les courants d'ions produits sont mesurés par une méthode de comptage d'impulsions. Cette seconde étape permet de déterminer la pression partielle de gaz régnant dans la cellule de Knudsen, sachant que la relation entre courant d'ions et pression partielle peut s'écrire :

$$P_{\text{gaz}} = A \cdot I_{\text{ion}}(T) \cdot T$$

où A est une constante liée à l'appareil et à la section de mesure, T est la température et $I_{\text{ion}}(T)$ est le courant d'ions à la température T . Dans le cas de l'alliage Fe-Si considéré, seul le fer peut être vaporisé dans la gamme de température étudiée à savoir 1723-1823 K.

On considérera que l'alliage Fe-Si fondu est une solution non-idéale de fer dans le silicium et on notera X_{Fe} la fraction molaire de fer dans l'alliage Fe-Si fondu et γ_{Fe} le coefficient d'activité du fer dans le mélange liquide.

On considère l'équilibre (1) suivant :



- B.2.1.a-** Écrire la relation existant entre la constante K^0_1 de cet équilibre et les activités à l'équilibre, que l'on explicitera en fonction de la pression partielle en fer P_{Fe} ainsi que de X_{Fe} et γ_{Fe} .
- B.2.1.b-** Exprimer la constante K^0_1 en fonction de l'enthalpie libre standard de vaporisation du fer $\Delta_{vap}G^0_{Fe}(T)$.
- B.2.1.c-** L'équilibre (1) a lieu à pression constante. Déterminer l'expression littérale des enthalpies et entropies standard de vaporisation du fer, $\Delta_{vap}H^0_{Fe}$ et $\Delta_{vap}S^0_{Fe}$ respectivement, en fonction de la température T et des capacités calorifiques à pression constante.
- B.2.1.d-** En déduire une expression littérale de $\Delta_{vap}G^0_{Fe}$ en fonction de la température T .
- B.2.1.e-** En utilisant les relations précédentes, montrer que :

$$\ln \gamma_{Fe}(T) = \ln(I_{Fe}(T).T) - \ln X_{Fe} + \frac{\Delta_{vap}G^0_{Fe}(T)}{RT} + \ln \frac{A}{P^0}$$

- B.2.1.f-** Montrer que si les valeurs de γ_{Fe} et $\Delta_{vap}G^0_{Fe}$ sont connues à 1723 K et que la valeur de I_{Fe} est mesurée à 1723 K, le coefficient d'activité du fer dans l'alliage Fe-Si fondu peut être déterminé à toute température T par une mesure de I_{Fe} à la température T et le calcul de $\Delta_{vap}G^0_{Fe}(T)$.
- B.2.1.g-** Les mesures en cellule de Knudsen sont effectuées à température fixe pour diverses compositions X_{Fe} et les résultats sont ajustés selon l'expression proposée par Wagner :

$$\ln \gamma_{sol} = \ln \gamma_{sol}^0 + \varepsilon_{sol}^{sol} X_{sol}$$

où sol représente le soluté, γ_{sol}^0 le coefficient d'activité du soluté à dilution infinie et ε_{sol}^{sol} le paramètre d'interaction soluté-soluté.

Lorsque cette étude est reproduite, dans le cas du fer, à différentes températures, une loi empirique de dépendance des coefficients γ_{sol}^0 et ε_{sol}^{sol} avec la température est obtenue pour la plage de températures [1723 K, 1823 K].

$$\ln \gamma_{Fe(l) \text{ dans } Si(l)}^0 = -\frac{13200}{T} + 4,10$$

$$\varepsilon_{Fe}^{Fe} = \frac{75600}{T} - 40,7$$

L'utilisation de cette relation est étendue au domaine de température [1650 K, 1850 K]. En déduire le coefficient d'activité du fer liquide infiniment dilué dans une solution de silicium à 1685 K.

B.2.2- Étude des propriétés thermodynamiques du fer dans une solution solide de silicium

On considère un mélange binaire Fe-Si en équilibre entre les phases liquides et solides. Une partie du diagramme de phase correspondant est reproduit Figure 4 ci-dessous et en annexe (à rendre avec la copie).

Les espèces FeSi_A ($x_{Si} = 0,5$) et βFeSi_2 (seule espèce présente dans le domaine **VI** du diagramme) sont des composés définis à fusion congruente. FeSi_B ($x_{Si} = 0,66$) est un

composé défini à fusion non-congruente, c'est-à-dire un composé qui se décompose en d'autres constituants avant de fondre. Ainsi, par exemple, la lecture du diagramme indique qu'un mélange des composés solides $\text{FeSi}_A(\text{s})$ et $\text{FeSi}_B(\text{s})$, de fraction molaire globale en silicium comprise entre 0,50 et 0,67, se décompose en $\text{FeSi}_A(\text{s})$ et $\beta\text{FeSi}_2(\text{s})$, lorsqu'il est porté à une température supérieure à 962°C .

B.2.2.a- Déterminer la formule brute des composés définis FeSi_A et FeSi_B .

B.2.2.b- Identifier, sur l'annexe à rendre avec la copie, la nature et la composition des phases en présence dans chacun des domaines **I** à **XI**.

B.2.2.c- Donner l'allure de la courbe de refroidissement d'un mélange Fe-Si de fraction molaire en silicium $x_{\text{Si}} = 0,95$ entre 1450 et 900°C . Préciser la nature des phénomènes physiques à l'origine de chaque rupture de pente.

B.2.2.d- Calculer la variance du système dans le domaine **IV**. Interpréter le résultat obtenu.

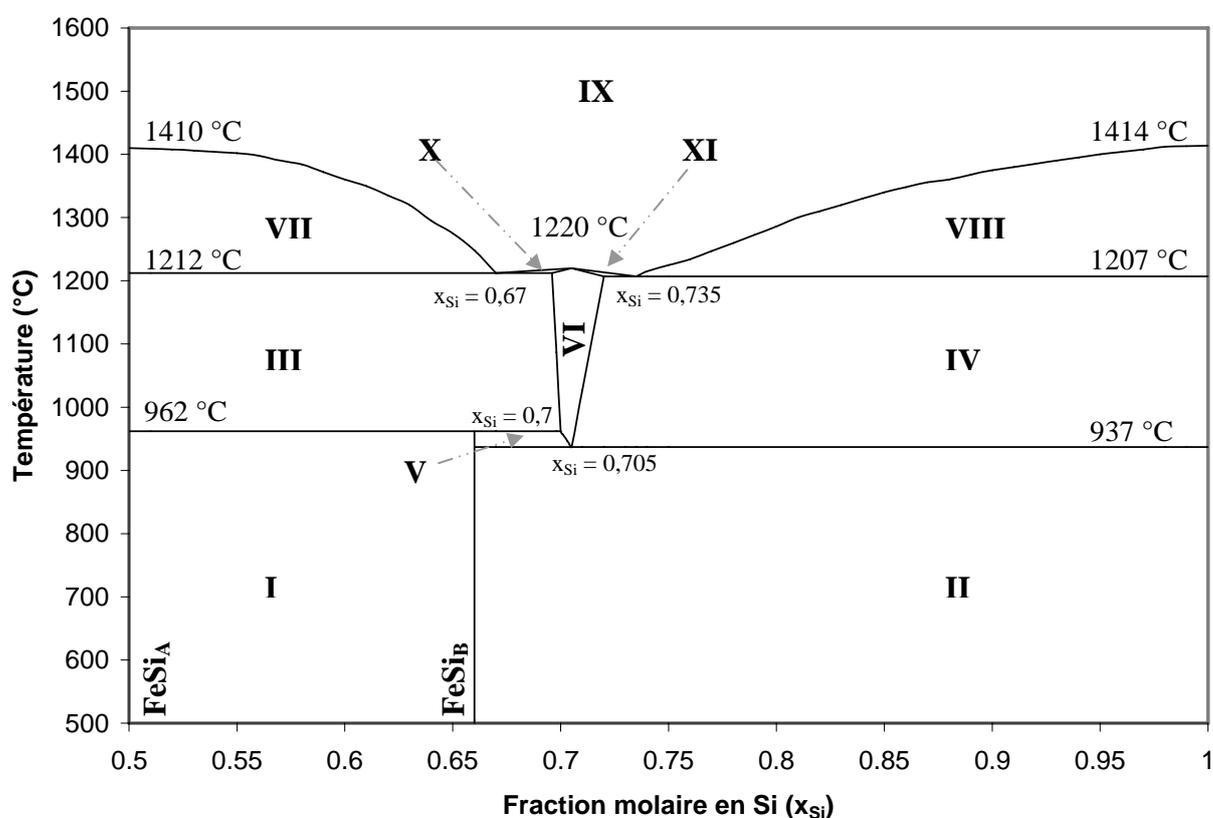


Figure 4 : Partie du diagramme binaire solide-liquide Fe-Si

B.2.2.e- Weber a mesuré la solubilité du fer dans le silicium solide pour des températures allant de 1223 K à 1473 K par analyse d'activation de neutrons. Pour ce faire, il a mélangé du fer liquide et du silicium solide aux températures requises. Il considère que l'équilibre chimique qui s'établit est alors l'équilibre (2) suivant :



En vous aidant du diagramme binaire précédent et sachant que la solubilité du fer dans le silicium solide est faible, justifier l'hypothèse de Weber selon laquelle le fer se trouve sous la forme βFeSi_2 à l'état solide.

B.2.2.f- En supposant que l'activité des solides $\text{Si}(\text{s})$ et $\beta\text{FeSi}_2(\text{s})$ est égale à 1, établir une relation entre l'activité $a_{\text{Fe}(\text{eq})}$ du fer liquide à l'équilibre à la température T et $\Delta_r G_2^0(T)$.

- B.2.2.g-** En déduire une expression reliant $\ln a_{Fe(eq)}$ et T , où $a_{Fe(eq)}$ désigne l'activité du fer liquide en équilibre avec $Si(s)$ et $\beta FeSi_2(s)$.
- B.2.2.h-** En reliant activité et solubilité du fer liquide dans le silicium solide, Weber a obtenu la relation empirique suivante :

$$\ln \gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)} = \frac{27900}{T} - 8,34 \text{ où } T \text{ est en Kelvin}$$

En déduire le coefficient $\gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)}$ à la température de 1685 K.

B.2.3- Détermination du coefficient de ségrégation du fer dans les mélanges fer-silicium

On considère une solution de fer dans le silicium infiniment diluée à 1723 K. Dans ces conditions, l'équilibre suivant s'établit :



B.2.3.a- Établir une relation entre les potentiels chimiques du fer dans chacune des deux phases.

B.2.3.b- En déduire une relation entre $\gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)}$, $\gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(l)}$, $X_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)}$, $X_{Fe(l) \text{ dans } Si(l)}$.

B.2.3.c- Sachant que le coefficient de ségrégation k est défini comme le rapport de la quantité de fer soluble dans le silicium solide ($X_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)}$) sur la quantité

de fer soluble dans le silicium liquide, montrer que $k = \frac{\gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(l)}}{\gamma^0_{Fe(l) \text{ dans } Si(s)}}$.

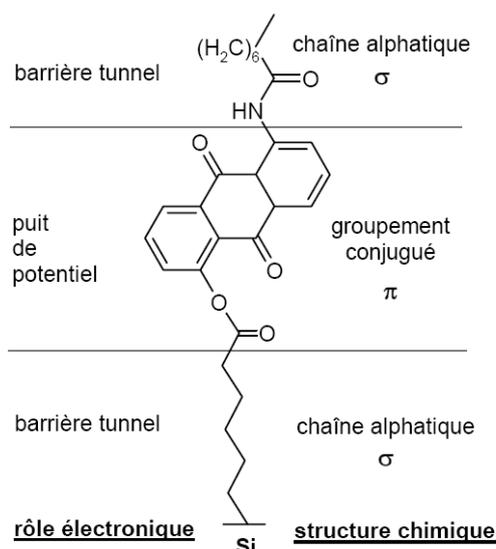
B.2.3.d- Calculer la valeur du coefficient de ségrégation pour le fer à 1685 K.

B.2.3.e- Le fer est présent à 1300 ppma (1 ppma représente 10^{-6} mol d'impureté par mole de silicium) dans le silicium de grade métallurgique (Si-MG). La concentration admissible pour utilisation dans les cellules photovoltaïques (Si-SOG) est de $5,0 \cdot 10^{-4}$ ppma. Combien de cycles de liquéfaction-solidification seront nécessaires pour obtenir du silicium Si-SOG à partir de Si-MG ? Justifier la réponse par un calcul approprié et commenter l'efficacité de cette méthode pour une utilisation industrielle.

Partie C : Fabrication d'une diode moléculaire sur une surface de silicium hydrogénée

Connu pour ses propriétés semi-conductrices, le silicium s'est imposé dans les années 1950 comme l'élément essentiel de l'industrie des microprocesseurs et a envahi notre quotidien dans les ordinateurs, la téléphonie... Aujourd'hui, il est également un composant essentiel des biopuces ou autres outils de diagnostic biologique à haut débit. L'implication du silicium dans des applications à venir est à prévoir dans un futur proche compte-tenu de l'explosion actuelle des nanosciences, domaine de recherche scientifique où l'élément silicium occupe une place de choix.

Toutefois, que l'application envisagée concerne l'électronique moléculaire ou les biopuces, les étapes clés suivantes figurent dans les processus de fabrication : préparation de surfaces de silicium, fonctionnalisation de ces surfaces et greffage de substrats organiques. La présente partie propose, sur l'exemple de la fabrication de la diode moléculaire de type σ - π - σ ci-dessous (qui mime une diode à effet tunnel résonant tout silicium), d'étudier quelques unes de ces étapes.



C.1- Éléments d'atomistique

- C.1.1-** Donner la configuration électronique fondamentale du carbone et du silicium.
C.1.2- En déduire la position relative de ces deux éléments dans la classification périodique.
C.1.3- Dans les atomes polyélectroniques, la charge effective ressentie par les électrons périphériques de la part du noyau est notée Z^* et peut être calculée à partir de la constante d'écran σ par la relation :

$$Z^* = Z - \sigma$$

Cette constante σ dépend de l'orbitale dans laquelle se trouvent les électrons considérés et résulte de la somme des effets d'écran exercés par les électrons occupant les différentes orbitales atomiques du même groupe et des groupes inférieurs. L'effet d'écran individuel σ_i de chaque électron peut être calculé à l'aide des règles de Slater. Pour un électron occupant une orbitale atomique ns ou np ($n > 1$), l'écrantage dû à un électron situé dans une orbitale atomique de nombre quantique principal n' est :

	$n' < n - 1$	$n' = n - 1$	$n' = n$	$n' > n$
σ_i	1	0,85	0,35	0

Table 5 : Constantes d'écran en fonction du nombre quantique principal

Déterminer la charge effective pour un électron de valence du silicium.

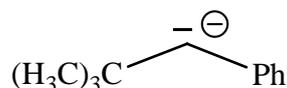
- C.1.4-** Slater a proposé une formulation analogue à celle des atomes hydrogénoïdes pour calculer l'énergie d'une orbitale atomique :

$$E_n = -\frac{Z^{*2}}{n^2} E_1$$

où $E_1 = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2}$ sachant que $e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0}$ et que m_e , q_e , ϵ_0 et h sont respectivement

la masse de l'électron, la charge de l'électron, la permittivité du vide et la constante de Planck. Calculer l'énergie de la (ou des) orbitale(s) occupée(s) par les électrons de valence pour le silicium et préciser à quel paramètre physique correspond E_1 .

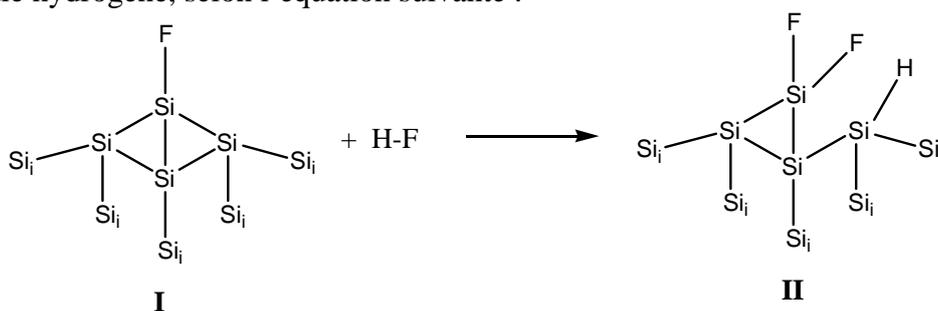
- C.1.5-** La règle de Koopmans énonce que l'énergie de première ionisation d'un atome est égale à l'opposé de l'énergie de l'orbitale qu'occupait l'électron arraché. En déduire l'énergie de première ionisation du silicium. On exprimera le résultat numérique en eV.
- C.1.6-** En réalité, l'énergie de première ionisation du silicium vaut 8,2 eV. Quelle est l'origine de la différence observée ?
- C.1.7-** Donner la définition de l'électronégativité selon Mulliken.
- C.1.8-** Sachant que l'affinité électronique du silicium vaut 1,39 eV, déterminer l'électronégativité du silicium dans l'échelle de Mulliken.
- C.1.9-** En règle générale, les chimistes utilisent l'échelle d'électronégativité de Pauling plutôt que celle de Mulliken. En utilisant les données de l'énoncé, discuter la polarité des liaisons Si-H, C-H et Si-C.
- C.1.10-** En présence de *n*-butyllithium, le tri-(méthyl),(phénylméthyl)-silane conduit à un carbanion stable. Donner la formule développée de ce carbanion et montrer qu'il est plus stable que le carbanion suivant :



C.2- Préparation du silicium hydrogéné

Des cristaux de silicium de type n peu dopé au phosphore (5-15 Ω.cm) sont dégraissés dans du trichloréthylène bouillant durant 15 minutes puis rincés avec de l'acétone et de l'eau ultra-pure (18,2 Ω.cm) avant d'être nettoyés 30 minutes dans un mélange composé d'un volume d'eau oxygénée à 33% pour trois volumes d'acide sulfurique concentré (la molécule active est l'acide peroxymonosulfurique ou acide de Caro) et maintenu à chaud. Le cristal de silicium est ensuite abondamment rincé à l'eau ultra-pure avant d'être immergé dans une solution concentrée contenant des ions fluorure.

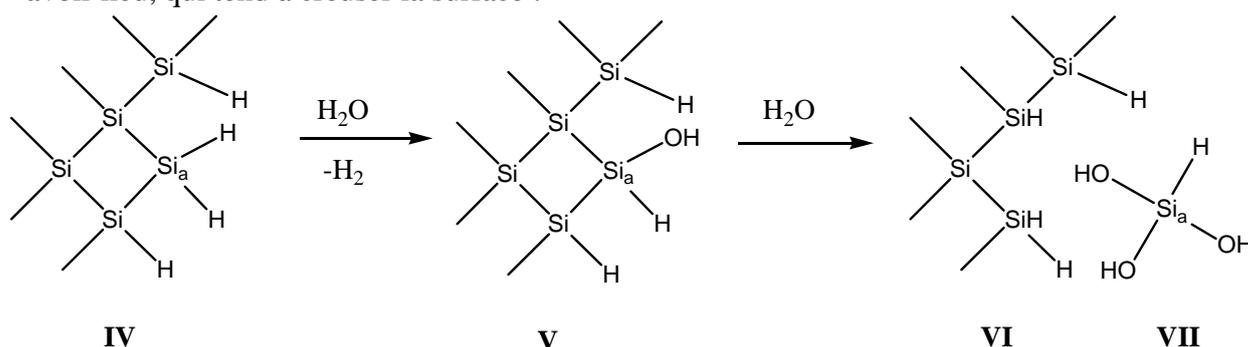
- C.2.1-** Lorsque le silicium est traité avec une solution d'acide fluorhydrique, des liaisons Si-F se forment en surface, conduisant à des espèces modélisées par le composé **I** (la sphère de valence des atomes de silicium Si_i des couches internes n'est pas représentée). Une molécule de HF peut alors s'insérer dans la liaison Si-Si pour donner un composé **II** en partie hydrogéné, selon l'équation suivante :



Par des considérations sur l'électronégativité et à l'aide d'un mécanisme concerté, proposer une explication à la régiosélectivité observée pour l'addition de HF.

- C.2.2-** Cette réaction se poursuit avec formation d'une molécule de tétrafluorure de silicium. Quelle est alors la formule du composé silylé **III** obtenu ?
- C.2.3-** La réaction chimique correspondant à la formation du composé **III** à partir du composé **I** est-elle endo- ou exothermique ? Justifier la réponse par un calcul de l'enthalpie standard de réaction à 298 K.
- C.2.4-** En supposant que la contribution enthalpique domine toute autre contribution que l'on précisera, cette réaction est-elle favorable ?

C.2.5- Pour une fonctionnalisation ultérieure efficace de la surface de silicium, il est essentiel d'obtenir une surface hydrogénée plane. Cependant la réaction chimique suivante peut avoir lieu, qui tend à creuser la surface :



L'étude qui suit a pour but de trouver des conditions expérimentales qui visent à limiter cette réaction parasite, sachant que l'étape cinétiquement déterminante est la formation du silanol V. Il a été montré que cette étape peut être décomposée en une réaction acido-basique au sens de Brønsted où l'atome Si_a perd l'un de ses protons (réaction 1), suivie d'une oxydation de Si_a pour former le silanol V (réaction 2).

C.2.5.a- Écrire l'équation-bilan correspondant à la réaction acido-basique 1, où l'atome Si_a perd l'un de ses protons sous forme H⁺ (ou H₃O⁺).

C.2.5.b- Proposer une demi-équation redox correspondant à la réaction 2 d'oxydation de l'atome Si_a et conduisant à la formation du composé V.

C.2.5.c- Un montage à trois électrodes est réalisé pour enregistrer les courbes intensité-potential correspondant à la réaction 2. Le substrat de silicium est choisi comme électrode de travail, la contre-électrode est en platine et l'électrode de référence est une électrode au sulfate mercurique (Hg₂SO₄/Hg) saturée en sulfate (notée ESS). L'électrolyte contient une solution de fluorure d'ammonium à 40% en masse. Faire le schéma d'un tel montage en précisant entre quelles électrodes se font respectivement la mesure de la tension et la mesure du courant.

C.2.5.d- Montrer que l'électrode au sulfate mercurique saturée en K₂SO₄ est une électrode de référence, c'est-à-dire une électrode de potentiel fixe, dont on précisera la valeur à 25 °C.

C.2.5.e- Calculer le pH d'une solution de fluorure d'ammonium à 40% en masse. Quelles caractéristiques présentent cette solution ?

C.2.5.f- L'électrode de silicium est plongée dans une solution électrolytique de fluorure d'ammonium de pH 8,0 et la courbe intensité-potential est enregistrée successivement (a) en absence et (b) en présence d'air. Les courbes correspondantes sont reproduites sur la Figure 5 ci-dessous.

Lorsque la densité de courant mesurée sur l'électrode au silicium est négative, on constate la formation de :

- (a) dihydrogène lorsque l'enregistrement est fait en absence de dioxygène
- (b) peroxyde d'hydrogène lorsque l'enregistrement est fait en présence de dioxygène.

Proposer des demi-équations redox permettant d'expliquer ces observations expérimentales.

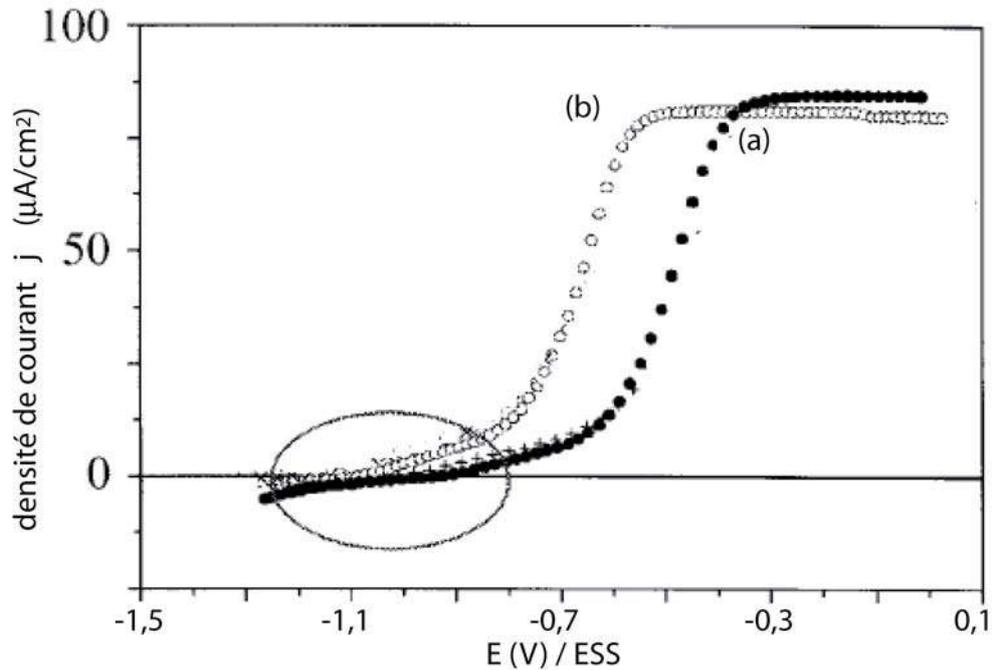


Figure 5 : Courbe intensité-potential de l'électrode de silicium dans l'électrolyte NH_4F enregistrée (a) en absence et (b) en présence de dioxygène

- C.2.5.g-** Pour des densités de courant positives, la formation de silanol **V** a lieu, quelles que soient les conditions expérimentales. A quel phénomène physico-chimique correspondent alors les paliers observés sachant que le milieu est légèrement basique ($\text{pH} = 8,0$) ?
- C.2.5.h-** On immerge une plaque de silicium dans une solution électrolytique de fluorure d'ammonium préalablement désoxygénée, selon le schéma 1 ci-dessous. Après réaction, les deux faces sont analysées. L'une d'entre elle présente des creux alors que l'autre est une surface hydrogénée plane. Laquelle ? Expliquer en précisant les parties anodiques et cathodiques de la plaque de silicium (qui sera considérée comme un matériau conducteur) ainsi que la nature des réactions chimiques mises en jeu dans chaque partie.

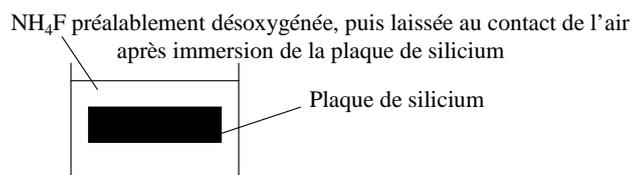


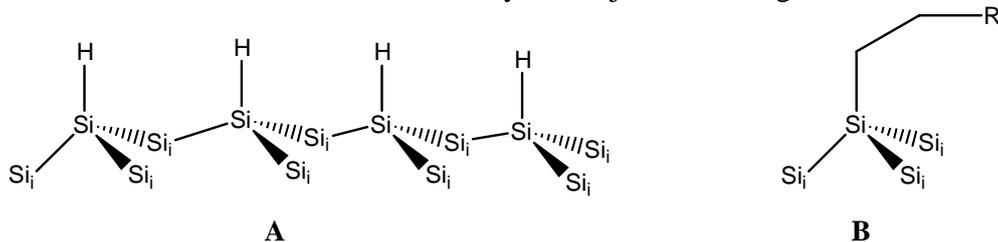
Schéma 1

C.3- Fonctionnalisation du silicium hydrogéné

L'obtention de monocouches alkyles à partir de silicium hydrogéné peut être réalisée par réaction avec un alcène $\text{RCH}=\text{CH}_2$ maintenu à 100°C pendant une heure en présence de peroxyde de benzoyle. Du point de vue mécanistique, cette réaction présente des ressemblances avec la polymérisation radicalaire du styrène.

- C.3.1-** L'initiateur de cette réaction est le peroxyde de benzoyle et conduit à la formation d'un radical silyle. Proposer une suite de réactions chimiques permettant d'expliquer sa formation.

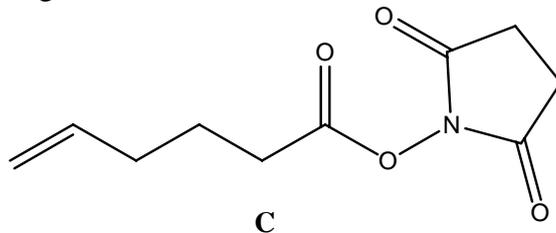
C.3.2- En modélisant la surface de silicium par une architecture analogue à celle du composé **A** ci-dessous (ou la sphère de valence des atomes internes de silicium Si_i n'est que partiellement représentée), expliciter le mécanisme de l'(des) étape(s) de propagation conduisant à la formation du substrat alkylé **B** et justifier la régiosélectivité observée.



C.3.3- En quoi consiste l'étape de terminaison ? Expliciter sur un exemple.

C.3.4- En réalité, dans bien des cas, la présence de peroxyde n'est pas indispensable. La réaction peut en effet se produire dans un solvant organique tel que le toluène entre 50 et 100°C par simple effet thermique. En commentant les propriétés diélectriques et la polarité du solvant, un mécanisme cationique, anionique ou radicalaire peut-il être raisonnablement envisagé dans ces conditions ?

C.3.5- Une surface de silicium hydrogénée fraîchement préparée est introduite dans un tube rodé contenant 100 mg de composé **C** dans 20 mL de toluène. Après dégazage, le milieu est placé une nuit sous argon dans un bain thermostaté chauffant à 90°C.



Représenter la structure chimique **D** de la surface après réaction. On pourra utiliser une représentation analogue à celle des composés **A** ou **B** ci-dessus.

C.3.6- Après réaction, la surface de silicium est analysée par spectrométrie infrarouge. Exposer brièvement le principe de cette spectroscopie et la nature des informations qualitatives et quantitatives auxquelles elle permet d'accéder.

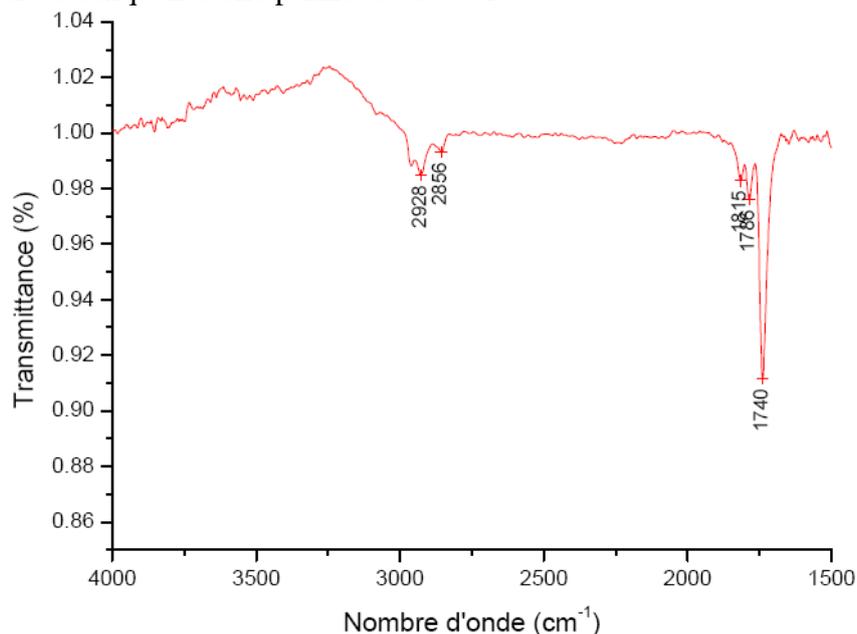
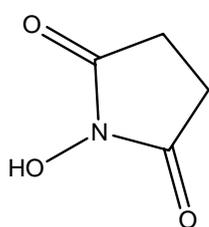
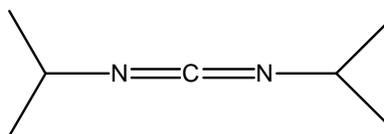


Figure 6 : Spectre infrarouge de la surface de silicium **D**

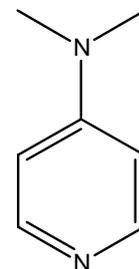
- C.3.7-** Le spectre infrarouge de la surface de silicium après traitement par le composé **C** est reproduit dans la figure ci-dessus. Interpréter ce spectre en précisant l'origine des bandes détectées à 1740 et 2928 cm^{-1} . Est-il en accord avec la structure proposée à la question **C.3.5** ?
- C.3.8-** Le composé **C** est synthétisé par couplage entre l'acide 5-hexénoïque **E** et le N-hydroxysuccinimide **F** en présence de diisopropyl-carbodiimide (DCI) et de N,N-diméthylaminopyridine (DMAP).



F

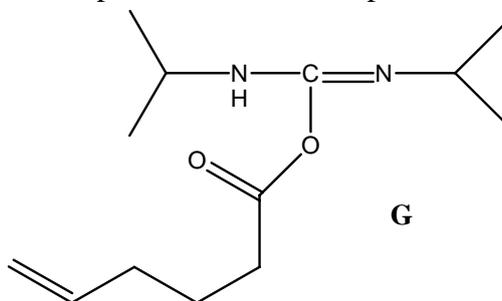


DCI



DMAP

Au cours de la synthèse l'intermédiaire **G** est formé par réaction entre l'acide 5-hexénoïque **E** et le DCI. Proposer un mécanisme pour cette étape.



G

- C.3.9-** Le composé **G** réagit ensuite avec le N-hydroxysuccinimide **F** en présence de DMAP. Proposer un mécanisme pour cette seconde étape.
- C.3.10-** Quel est le rôle du DCI au cours de cette synthèse ?
- C.3.11-** Une masse de 3,327 g de N-hydroxysuccinimide (masse molaire : 115,09 $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) est introduite dans un ballon de 250 mL et placée dans un bain de glace sous atmosphère inerte. Une solution de 3,0 g d'acide 5-hexénoïque (masse molaire : 114,14 $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$), préalablement purifié par distillation, dilué dans 25 mL de THF anhydre est ensuite ajoutée ; le mélange est agité pendant 30 minutes à 0°C. Est ensuite ajouté goutte à goutte un mélange de 3,649 g de DCI (masse molaire : 126,20 $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) et de 0,353 g de DMAP (masse molaire : 122,17 $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) en solution dans 25 mL de THF anhydre. Le milieu réactionnel est maintenu à 0°C, sous agitation et pression d'argon durant 30 minutes, puis laissé 24 heures à température ambiante. Un précipité blanc se forme qui est éliminé par filtration sur verre fritté. Le filtrat est ensuite placé sur un évaporateur rotatif pour donner après élimination du solvant 4 g d'une huile de couleur brune qui est ensuite purifiée par chromatographie sur colonne de silice. Plusieurs éluants sont envisagés pour cette purification : le cyclohexane, l'éthanol et le dichlorométhane. En analysant les propriétés du support (la silice), des éluants et du composé à purifier que l'on modélisera par un mélange des composés **E**, **F** et **C**, faire le choix de l'éluant le plus approprié pour cette purification.
- C.3.12-** Le produit **C** de la réaction est isolé sous la forme de 3,2 g d'un solide blanc après évaporation de l'éluant. Calculer le rendement final de la réaction précédente.
- C.3.13-** Les résonances du spectre RMN du produit **C** dans l'acétonitrile sont répertoriées dans la Table 6. Identifier chacune de ces résonances. Ces caractéristiques spectrales sont-elles en accord avec l'obtention du produit **C** ?

δ (ppm)	Multiplicité	Intégrale
5,80	Multiplet	0,9
5,04	Multiplet	1,7
2,75	Singulet	4
2,61	Triplet	2
2,14	Multiplet	2
1,80	Quintuplet	2,1

Table 6 : Données RMN ^1H sur le composé **C**

C.4- Préparation de l'assemblage moléculaire π - σ

La préparation de l'assemblage moléculaire π - σ est présentée sur la Figure 7 ci-dessous.

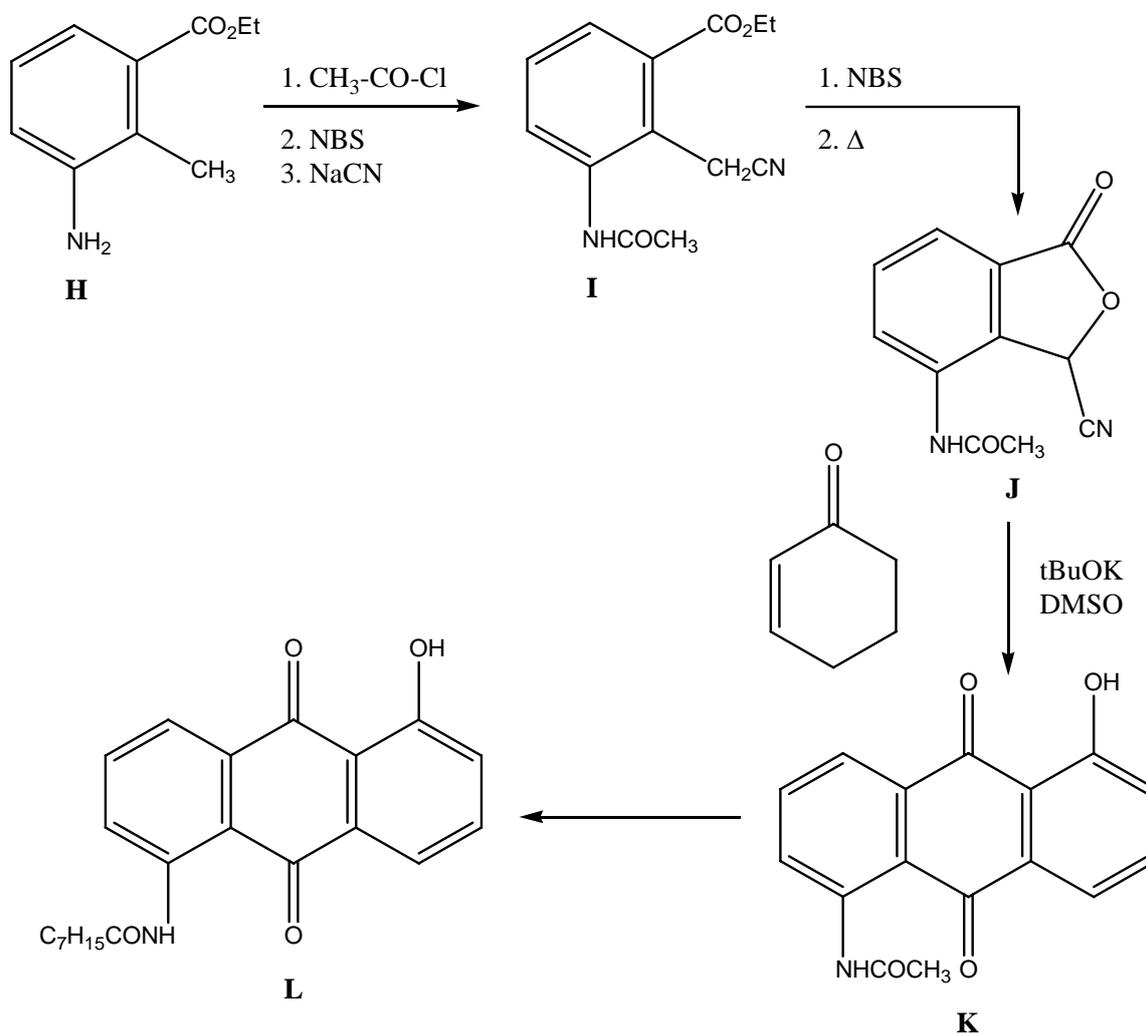


Figure 7 : Préparation de l'assemblage moléculaire π - σ

C.4.1- On s'intéresse dans un premier temps à la transformation de **H** en **I**.

C.4.1.a- Identifier le produit **H1** de la première étape de cette transformation, après action du chlorure d'éthanyle.

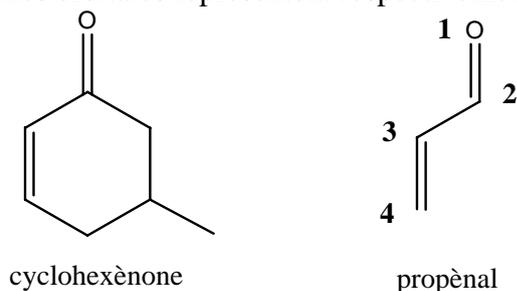
C.4.1.b- Nommer les fonctions organiques présentes dans la molécule **H1**.

C.4.1.c- Justifier le choix du chlorure d'éthanyle parmi les acides carboxyliques et dérivés pour cette réaction.

- C.4.1.d-** Quelles conditions expérimentales doivent être contrôlées pour la synthèse de **H1** avec un bon rendement ?
- C.4.1.e-** Le N-bromosuccinimide (NBS) utilisé dans la seconde étape est un agent de bromation radicalaire. En déduire la formule développée de l'intermédiaire **H2** obtenu à l'issue de la seconde étape.
- C.4.1.f-** A quelle grande famille de réaction appartient la troisième étape qui permet d'obtenir le composé **I**.
- C.4.1.g-** Proposer un mécanisme pour cette troisième étape.

C.4.2- Dans un second temps, on considère le passage de **J** à **K**.

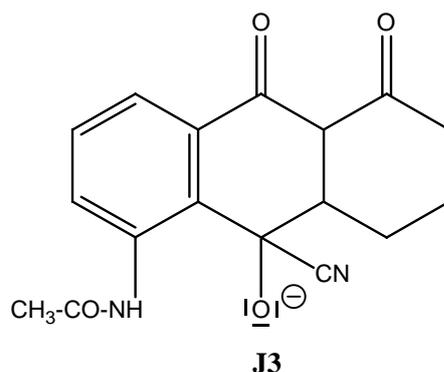
- C.4.2.a-** Dans quelle(s) catégorie(s) peut-on classer le réactif tBuOK en solution dans le DMSO parmi les catégories suivantes : acide, base, électrophile, nucléophile ?
- C.4.2.b-** En présence de **J**, tBuOK conduit à la formation d'un carbanion intermédiaire **J1**. Donner la structure de **J1**.
- C.4.2.c-** Représenter la (ou les) formule(s) mésomère(s) de la molécule de cyclohexènone.
- C.4.2.d-** Le système conjugué de la molécule de cyclohexènone peut être modélisé par celui du propenal. Les énergies et les coefficients des orbitales atomiques $2p_z$ sont indiqués dans la Table 7 ci-dessous pour chacune des orbitales moléculaires (on rappelle que les intégrales coulombienne α et d'échange β sont des grandeurs négatives). Quelles orbitales représentent respectivement la HO et la BV ?



Energie	O1	C2	C3	C4
$\alpha + 1,88 \beta$	0,67	0,58	0,43	0,23
$\alpha + \beta$	-0,58	0	0,58	0,58
$\alpha - 0,35 \beta$	0,43	-0,58	-0,23	0,67
$\alpha - 1,53 \beta$	0,23	-0,58	0,67	-0,43

Table 7 : Énergies et coefficients des orbitales moléculaires du propenal

- C.4.2.e-** La molécule de cyclohexènone réagit avec le carbanion **J1**. En supposant un contrôle orbitalaire, identifier l'orbitale frontière de la molécule de cyclohexènone impliquée dans cette réaction.
- C.4.2.f-** En déduire la régiosélectivité de cette réaction et proposer une structure pour l'intermédiaire **J2** ainsi formé.
- C.4.2.g-** L'intermédiaire **J2** se réarrange par voie intramoléculaire pour donner le composé **J3** ci-dessous, qui évolue ensuite pour donner **K**. Expliquer la formation de **J3**.



C.4.3- Proposer une méthode permettant de synthétiser **L** à partir de **K**.

C.5- Greffage de l'assemblage moléculaire π - σ sur la surface de silicium fonctionnalisée

Le substrat **L** est ensuite greffé sur la surface de silicium **D** portant la chaîne aliphatique σ dérivée du composé **C** pour donner la diode moléculaire.

C.5.1- A quelle grande famille de réactions organiques appartient cette réaction de couplage ?

C.5.2- Proposer des conditions expérimentales favorables au couplage.

C.5.3- Quels sont les autres produits de la réaction ?

L'édifice moléculaire ainsi préparé doit ensuite être intégré dans un dispositif nanoélectronique pour que ces performances puissent être évaluées et comparées aux microprocesseurs actuels.

8 Rapport sur la composition de Chimie

Largement présent dans la nature à l'état libre et élément clé dans des développements technologiques majeurs de l'histoire de l'humanité, le silicium est au centre du sujet de la session 2009. Seuls toutefois quelques uns des domaines de recherche actuels sont abordés :

- Les zéolithes, dont les principaux constituants aluminium et silicium sont dosés respectivement par complexométrie en solution aqueuse et par spectroscopie RMN, et qui sont mis en exergue dans la première partie, pour leur activité catalytique (par exemple ici dans la nitration des dérivés aromatiques).
- La production de silicium de qualité intermédiaire entre le grade métallurgique et le grade électronique, dont l'utilisation principale vise la conception de panneaux solaires, est étudiée, dans la seconde partie, à partir de données thermodynamiques impliquant les diagrammes d'Ellingham pour l'oxydo-réduction en phase sèche de la silice et les diagrammes binaires solide-liquide pour l'élimination d'impuretés métalliques telles que le fer.
- La préparation de puces pour les nanotechnologies. Elle met en jeu dans la troisième et dernière partie du sujet, des savoir-faire dans le domaine des matériaux et de l'électrochimie, mais également en synthèse organique pour la fonctionnalisation des dites surfaces par des molécules conjuguées susceptibles d'assurer le transfert électronique entre un substrat potentiel en solution et la puce elle-même.

Si le sujet évoque des applications modernes de la chimie, les connaissances requises par les candidats ne dépassent généralement pas le cadre des programmes de classes préparatoires. Les questions ont été élaborées dans le but d'évaluer les aptitudes des candidats dans des domaines très variés de la chimie organique, minérale et générale par des approches qualitatives et quantitatives, théoriques et expérimentales, formelles et plus intuitives, aptitudes toutes importantes pour l'enseignement des sciences chimiques. Le jury a pu apprécier les qualités assurées d'un nombre, malheureusement insuffisant, de candidats dans ces différents domaines.

Remarques générales

L'expression écrite scientifique, y compris celle de futurs enseignants, ne peut se satisfaire d'un manque de rigueur vis-à-vis de l'orthographe ou des tournures grammaticales. De plus, les réponses aux questions posées doivent être rédigées avec clarté, précision et concision ; il en va de même des définitions. Les efforts dans ce sens ont pu être appréciés et récompensés sur quelques copies.

Le sujet comporte une erreur quant à la valeur numérique de la masse de l'électron (valeur erronée de $9,11 \times 10^{-27}$ au lieu de $9,11 \times 10^{-31}$ kg). Le calcul de l'énergie des orbitales occupées par les électrons de valence à la question C.1.4 et de l'énergie d'ionisation à la question C.1.5 s'en trouvent affectées. Le jury a pris en compte ces erreurs de valeurs numériques lors de la correction : les candidats qui ont fait preuve d'un regard critique sur les ordres de grandeur obtenus, ou qui, mieux encore, ont identifié la source d'erreur ou ont montré leur connaissance de la constante de Rydberg, ont reçu une petite gratification. Dans un autre registre, non sans lien avec le précédent, le jury a dû constater les difficultés d'un grand nombre de candidats à réinvestir des connaissances de base dans un contexte scientifique différent : analyse des pKa d'un polyacide complexe tel l'EDTA pour déterminer la forme prépondérante à un pH donné, concepts du formalisme de Lewis pour l'écriture de structures moléculaires, substitution électrophile aromatique en

Agrégation externe de physique : 8 Rapport sur la composition de chimie 2009

présence d'un catalyseur au silicium, analogie entre la chimie du silicium et du carbone... De manière surprenante, certains candidats déroulent un raisonnement logique en accord avec les données, mais, poussés par des notations traditionnelles de la littérature, énoncent des conclusions en complet désaccord avec les précédents résultats. Regard critique et analyse logique d'observations ou de résultats sont des critères d'évaluation importants des épreuves écrites. En conséquence, des questions conduisant à une réponse binaire (augmentation ou diminution de la pente, stœchiométrie d'un composé défini,...) doivent être argumentées.

Comme les années précédentes, le traitement superficiel du sujet et la recherche des questions les plus immédiates ne se trouvent souvent gratifiés que d'un nombre minimal de points (calcul ponctuel, nom d'un réactif ou d'un produit...). Au contraire, les candidats qui ont montré leur capacité à résoudre l'ensemble d'une ou plusieurs parties du sujet, y compris l'analyse qualitative de données expérimentales, sont généralement récompensés de leurs efforts. Ces dernières remarques s'inscrivent dans le contexte plus général de la gestion de l'épreuve, qui fait partie des savoir-faire à acquérir lors de la préparation.

Remarques spécifiques

Partie A

A.1- Si l'EDTA fait partie des ligands les plus utilisés dans les programmes et les plus connus des candidats sous le symbole Y^{4-} , sa réactivité acido-basique en compétition des réactions de complexation semble beaucoup moins connue. Dans les cas les plus favorables, où la forme prépondérante de H_2Y^{2-} a été identifiée à $pH = 4,5$, la formule développée incluant les fonctions amines sous forme acide protonée et les fonctions carboxyliques sous forme basique déprotonée n'a été proposée que dans un nombre de cas très faible (A.1.2).

Les candidats ont également éprouvé de réelles difficultés à associer le type de réaction chimique considérée (réaction de complexation) et les conditions expérimentales de sa réalisation (milieu acide) dans l'écriture correcte d'une équation de réaction (A.1.4 et A.1.7).

Si la dithizone n'a pas toujours été reconnue comme un complexant, sa réactivité avec les ions Zn^{2+} a souvent été proposée à juste titre (A.1.8), conduisant les candidats à identifier la réaction de dosage indirect pour le calcul des concentrations en ions Al^{3+} dans la solution initiale (A.1.9).

A.2- La résonance magnétique nucléaire (RMN), présente dans les programmes de classes préparatoires, fait l'objet de nombreuses confusions quant à la définition exacte du déplacement chimique, son intérêt par rapport à la fréquence de résonance (A.2.2.a), ou encore la proportionnalité entre l'intégrale du signal et la quantité de spins équivalents dans l'échantillon (A.2.3.a et A.2.3.b). La différence entre les notions de non-équivalence chimique et de couplage scalaire est également inconnue d'un nombre important de candidats. Cette partie souvent mal traitée s'est vue toutefois attribuer quelques points sur des connaissances en atomistique concernant les notions d'électronégativité (A.2.2.b).

A.3- Les concepts de charges partielles et, avant tout, le respect de la règle de l'octet pour des éléments de la seconde ligne du tableau périodique (azote, N) sont des connaissances indispensables en chimie. Force est de constater qu'elles restent non acquises par une population trop grande de candidats (A.3.1).

Le tracé de graphe à l'aide d'une calculatrice requiert l'obtention d'un coefficient de régression linéaire très proche de 1, gage de validation d'un modèle physique ou chimique. Tout manquement à cette règle a été sanctionné (A.3.2.b). A contrario, les candidats qui ont traité cette partie ont pour la plupart pu extraire des constantes caractéristiques de la cinétique du premier ordre étudiée (A.3.2.c et A.3.2.d). Des commentaires

montrant un sens physique sur la détermination de $t_{1/2}$ et sa comparaison à une valeur qualitative ayant pu être déterminée à partir du graphe de l'énoncé ont pu être appréciés dans quelques cas.

Les candidats ayant traité les aspects mécanistiques des questions A.3.4 à A.3.7 ont pu reconnaître une substitution électrophile aromatique, même si parfois les détails innovants de la réaction proposée leur ont échappé. La partie des règles de Holleman conduisant à discuter la régiosélectivité de la réaction est souvent correctement présentée, par contre les aspects cinétiques expliquant la polysubstitution sont souvent ignorés.

Partie B

B.1- L'écriture d'une équation de réaction d'oxydoréduction dans des conditions de température données et la détermination de l'état physico-chimique d'un mélange après carboréduction sont conditionnées par la lecture du diagramme d'Ellingham. Une lecture trop rapide de l'énoncé serait-elle à l'origine d'un trop grand nombre d'erreurs rencontrées dans les questions B.1.4 et B.1.5 ?

B.2- Si la forme aux dérivées partielles des équations de Kirchoff est très généralement connue, son intégration et son application à une réaction chimique particulière sont l'objet d'erreurs fréquentes pour un très grand nombre de candidats (B.2.1.c-d) : définition incorrecte des Cp, oubli de constantes d'intégration... Les diagrammes binaires solide-liquide ne peuvent être confondus avec des diagrammes d'état de corps purs (B.2.2.b) et les paramètres de la règle des phases de Gibbs doivent être explicités pour le calcul de la variance, dont la valeur numérique seule n'est pas acceptable.

Le lien entre phénomène de partage d'un composé entre deux phases (le fer par exemple) et le coefficient de ségrégation n'a été établi que dans de très rares cas, suggérant que la méthode de la fusion de zone est inconnue de la plupart des candidats (B.2.3.e).

Partie C

C.1- L'analogie entre le carbanion et l'anion silylé n'a été que très rarement dégagée (C.1.10). Ce constat est-il à mettre sur le compte de simples problèmes de nomenclature ou de difficultés à transposer la chimie d'un élément à l'autre ?

C.2- Des notions d'électronique élémentaire peuvent être réinvesties avec profit dans l'établissement du montage à 3 électrodes utilisé pour des mesures électrochimiques (C.2.5.c). Il est surprenant de constater que ces notions plus proches de la physique ne soient pas mieux comprises par les candidats.

Les phénomènes de corrosion différentielle peuvent paraître contre-intuitifs parce qu'ils conduisent à l'oxydation de la partie la moins en contact avec l'oxydant (C.2.5.h). Cette question a été l'une des moins bien traitée du sujet avec la RMN.

Très peu de candidats ont reconnu dans le fluorure d'ammonium un pseudo-tampon (C.2.5.e).

C.3 et C.4- Des efforts dans l'écriture de mécanismes plausibles en chimie organique ont conduit à des résultats plutôt bons sur cette partie malgré des difficultés à transposer le mécanisme de la polymérisation radicalaire éthylénique dans le cas de la présente étude. Les principes physiques des techniques de caractérisation chromatographiques et spectroscopiques sont par contre à l'origine de nombreuses incorrections et imprécisions : confusion IR et RMN, question C.3.11 ignorée, calculs de rendement faux...

Les questions ayant trait au contrôle orbitalaire sont généralement bien traitées (C.2.4.c-f) quand elles sont abordées.

Conclusion

Si le jury a mis en exergue les difficultés et faiblesses des candidats, cette démarche n'a pour objet que de faire progresser les futurs agrégatifs. Il tient à féliciter les candidats qui se sont préparés avec sérieux et ténacité pour cette épreuve et tout particulièrement ceux qui ont traité avec rigueur et exactitude les deux-tiers du sujet et se sont vus attribués de bonnes, voire d'excellentes, notes.

Couplage fort de deux oscillateurs

En plaçant de la matière dans une cavité optique, on peut obtenir un système composite cavité-matière aux propriétés nouvelles, si la matière présente une résonance à une pulsation égale à une pulsation de résonance de la cavité, et si ces deux résonances ont des coefficients d'amortissement faibles devant le coefficient de couplage entre ces systèmes. Un tel phénomène de *couplage fort* a été mis en évidence pour des atomes en cavité au début des années 1980, puis dans des hétérostructures de matériaux semi-conducteurs au début des années 1990.

Le problème comporte trois parties très largement indépendantes.

La première partie donne une description purement classique de deux oscillateurs harmoniques, de même pulsation de résonance ω_0 , et couplés linéairement ; le coefficient de couplage, homogène à une pulsation, est noté Ω_1 . Ces oscillateurs sont faiblement amortis : on caractérise chaque oscillateur par son coefficient d'amortissement γ_1 ou γ_2 , également homogène à une pulsation. On considère dans tout le problème que Ω_1 , γ_1 et γ_2 sont *très petits* devant la pulsation de résonance ω_0 . L'objet du problème est d'étudier comment la dynamique du système est modifiée suivant l'importance relative des effets de couplage (Ω_1) et d'amortissement (γ_1 et γ_2) : on distingue ainsi un régime de *couplage fort* et un régime de *couplage faible*.

On considère dans les deux parties suivantes deux oscillateurs de natures physiques différentes : un mode du champ électromagnétique dans une cavité, et une résonance du milieu matériel présent dans la cavité. On décrit dans la deuxième partie le couplage lumière-matière dans le cadre de l'optique classique, en examinant comment les propriétés de dispersion et d'absorption du milieu modifient la fonction de transmission de la cavité optique.

La troisième partie propose une description quantique du système le plus simple : un seul atome, assimilé à un système à deux niveaux, couplé à un mode discret du champ électromagnétique de la cavité, contenant 0 ou 1 photon.

Pour alléger les calculs, on se place dans tout le problème dans le cas résonnant : les deux oscillateurs ont exactement la même pulsation de résonance, notée ω_0 . Les coefficients d'amortissement sont définis par rapport à l'énergie. Si on considère une excitation harmonique de pulsation ω , on notera Δ le décalage en pulsation $\Delta = \omega - \omega_0$.

Relations mathématiques utiles :

"Fonction" δ de Dirac :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-j\omega t) d\omega = 2\pi\delta(t) \quad (1)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0) \quad \text{si } t_0 \in]t_1, t_2[$$

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\delta(t - t_0)dt = 0 \quad \text{si } t_0 \notin [t_1, t_2]$$

On admettra que dans le cadre des calculs demandés dans ce problème, on peut écrire :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\delta(t - t_0)dt = \frac{f(t_0)}{2} \quad \text{si } t_0 = t_1 \text{ ou } t_0 = t_2 \quad (2)$$

Transformée de Fourier d'une lorentzienne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{a})^2} \exp(-j\omega t) d\omega = \pi a \exp(-a|t|) \quad (a > 0) \quad (3)$$

Conventions d'écriture :

On note j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$. Les candidats pourront, à leur convenance, noter les grandeurs complexes \tilde{A} ou \underline{A} . On note $\Re[\]$ la partie réelle et $\Im[\]$ la partie imaginaire de la quantité entre crochets.

Notations utilisées dans le problème :

Constantes fondamentales :

e	charge élémentaire	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
m	masse de l'électron	$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
c	vitesse de la lumière dans le vide	$c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
ϵ_0	permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
\hbar	constante de Planck réduite	$\hbar = h/(2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Première partie :

L inductance

Ω_1 coefficient de couplage

γ_1 et γ_2 coefficient d'amortissement du circuit résonnant 1 ou 2

$\tilde{\omega}$ pulsation complexe

ω_+ et ω_- pulsations des modes propres

γ_+ et γ_- coefficients d'amortissement des modes propres
 Δ_+ et Δ_- décalages des pics de résonance des circuits couplés par rapport à ω_0

Deuxième partie :

L longueur de la cavité
 n_B indice constant du milieu sans oscillateurs
 r et t coefficients de réflexion et de transmission en amplitude d'un miroir
 R et T coefficients de réflexion et de transmission en énergie d'un miroir
 $T_C^{sans}(\omega)$ transmission de la cavité sans oscillateurs
 T_C^{max} transmission maximale de la cavité sans oscillateurs
 Δ_{ISL} intervalle en pulsation entre deux résonances consécutives de la cavité seule
 $\varepsilon(\omega)$ désaccord de phase
 γ_C largeur à mi-hauteur des pics de transmission de la cavité seule
 F Finesse de la cavité Fabry-Perot
 τ temps d'un aller-retour de la lumière dans la cavité
 γ coefficient d'amortissement de l'énergie du mode de la cavité seule
 $\tilde{\varepsilon}_r$ permittivité diélectrique relative
 $\epsilon_{rB} = n_B^2$
 $\tilde{\chi}(\omega)$ susceptibilité diélectrique des oscillateurs de Lorentz
 ω_0 pulsation de résonance des oscillateurs de Lorentz
 γ_A coefficient d'amortissement des oscillateurs de Lorentz
 N nombre d'oscillateurs de Lorentz par unité de volume
 ω_p pulsation plasma
 ϵ_0 permittivité diélectrique du vide
 $\alpha(\omega)$ coefficient d'absorption des oscillateurs de Lorentz
 $n(\omega)$ indice du milieu contenant les oscillateurs de Lorentz
 $\alpha_0 = \alpha(\omega = \omega_0)$
 β paramètre de couplage
 $T_C^{avec}(\omega)$ transmission de la cavité contenant les oscillateurs de Lorentz
 Δ_+ et Δ_- décalages des pics de transmission de la cavité contenant les oscillateurs de Lorentz par rapport à ω_0
 $\Omega = \Delta_+ - \Delta_-$, écart entre ces deux pics de transmission
 γ_{AC} largeur à mi-hauteur des pics de transmission de la cavité contenant les oscillateurs
 $t_C(\omega)$ coefficient de transmission en amplitude de la cavité

Troisième partie :

$v = \hbar\Omega_1/2$: énergie de couplage entre deux états quantiques
 ρ_0 densité d'états (uniforme) en énergie
 Γ probabilité de transition par unité de temps de l'état discret vers le continuum, donnée par la règle d'or de Fermi
 $\hbar\gamma$ largeur à mi-hauteur de la densité d'états en énergie $\rho(\hbar\omega)$

Première partie

Circuits électriques couplés

1 Equations différentielles couplées

On considère deux circuits RLC série représentés sur la Figure 1, couplés par une mutuelle inductance M . Afin d'alléger les calculs, on considère que les circuits 1 et 2 comportent des capacités C égales, des inductances L égales, mais des résistances R_1 et R_2 en général différentes. On note $e(t)$ la tension d'excitation éventuellement imposée en série au circuit 1 et $u(t)$ la tension de sortie aux bornes de la résistance R_2 du circuit 2. On note $i_1(t)$ et $i_2(t)$ les courants parcourant les deux circuits, les orientations étant précisées sur la Fig. 1. On suppose que le sens des enroulements est tel que $M > 0$.

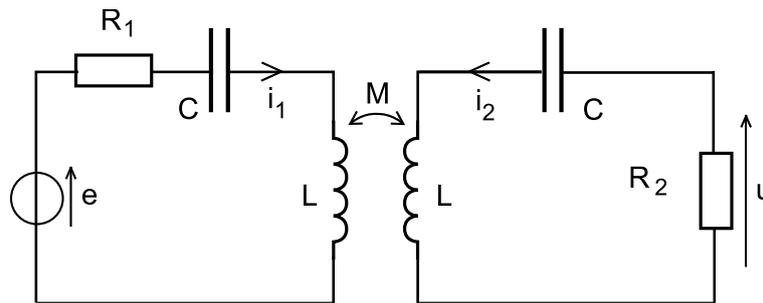


FIG. 1 – Deux circuits RLC couplés par mutuelle induction

1. Établir le système d'équations différentielles reliant $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $e(t)$.
2. Montrer que ces relations peuvent se mettre sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d^2 i_1 / dt^2 \\ d^2 i_2 / dt^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} di_1 / dt \\ di_2 / dt \end{pmatrix} + 1/C \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} de/dt \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

3. Les trois matrices caractérisent respectivement le terme inductif, le terme dissipatif et le terme capacitif.
 - (a) À quelle condition sur ces trois matrices peut-on définir des variables qui permettent de découpler les équations (4) ?
 - (b) Cela est-il toujours possible ?
4. On suppose, dans cette question uniquement, que $R_1 = R_2 = R$.
 - (a) En examinant la symétrie des équations différentielles couplées liant $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $e(t)$, montrer qu'il existe, dans ce cas particulier où les résistances sont égales, deux combinaisons linéaires simples de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ qui permettent d'obtenir des équations différentielles découplées.
 - (b) Expliquer en quoi ces combinaisons définissent des *modes propres* du système couplé.

2 Analyse du régime harmonique forcé

On suppose que la tension excitatrice est de la forme $e(t) = \Re[\tilde{E} \exp(j\omega t)]$. On cherche les courants sous la forme : $i_1(t) = \Re[\tilde{I}_1 \exp(j\omega t)]$; $i_2(t) = \Re[\tilde{I}_2 \exp(j\omega t)]$. $\tilde{I}_1 = I_{10} \exp(j\varphi_1)$ et $\tilde{I}_2 = I_{20} \exp(j\varphi_2)$ sont les amplitudes complexes des courants.

L'excitation $e(t)$ est appliquée au niveau du circuit 1. On s'intéresse à la réponse au niveau du circuit 2, qui est de la forme $u(t) = \Re[\tilde{U} \exp(j\omega t)]$. On définit donc la fonction de transfert du montage par $\tilde{H}(\omega) = \tilde{U} / \tilde{E}$.

2.1 Comportement au voisinage de la résonance

5. Montrer que les amplitudes complexes des courants vérifient une équation matricielle de la forme :

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - j\omega\gamma_1 - \omega_0^2 & \omega^2\Omega_1/\omega_0 \\ \omega^2\Omega_1/\omega_0 & \omega^2 - j\omega\gamma_2 - \omega_0^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = -\frac{j\omega}{L} \begin{pmatrix} \tilde{E} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exprimer les coefficients γ_1 , γ_2 , ω_0 et Ω_1 en fonction des données du problème. On remarquera que le coefficient de couplage Ω_1 est bien positif avec les conventions d'orientation des circuits choisies.

6. On s'intéresse à des pulsations au voisinage de ω_0 . On note $\Delta = \omega - \omega_0$ le décalage entre la pulsation ω et la pulsation ω_0 . En utilisant l'hypothèse $|\Delta/\omega_0| \ll 1$, montrer que l'équation matricielle prend la forme simplifiée suivante :

$$\begin{pmatrix} 2\Delta - j\gamma_1 & \Omega_1 \\ \Omega_1 & 2\Delta - j\gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{pmatrix} = -\frac{j}{L} \begin{pmatrix} \tilde{E} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

2.2 Fonction de transfert

7. En partant de la relation matricielle (5), établir l'expression de la fonction de transfert $\tilde{H}(\omega)$ au voisinage de ω_0 .
8. Exprimer le module de cette fonction de transfert $|\tilde{H}(\Delta)|$ en fonction de Ω_1 , γ_1 , γ_2 et Δ .
9. (a) En déduire l'expression de $|\tilde{H}(\Delta = 0)|$, le module de la fonction de transfert en $\Delta = 0$.
- (b) On s'intéresse ici aux variations de $|\tilde{H}(\Delta = 0)|$ avec le coefficient de couplage Ω_1 . Montrer que $|\tilde{H}(\Delta = 0, \Omega_1)|$ est une fonction croissante puis décroissante de Ω_1 . On notera Ω_{c2} la valeur de Ω_1 pour laquelle $|\tilde{H}(\Delta = 0, \Omega_1)|$ est maximale. Exprimer Ω_{c2} en fonction de γ_1 et γ_2 .
- (c) Calculer $|\tilde{H}(\Delta = 0, \Omega_1 = \Omega_{c2})|$.
10. On considère à présent les variations de $|\tilde{H}(\Delta)|$ avec le décalage Δ . Rechercher les extrema de $|\tilde{H}(\Delta)|$. Montrer que pour un couplage supérieur à un couplage Ω_{c3} , le module de la fonction de transfert possède deux maxima en Δ_+ et Δ_- . Exprimer Ω_{c3} en fonction de γ_1 et γ_2 . Exprimer Δ_+ et Δ_- en fonction de Ω_1 et Ω_{c3} .
11. Représenter sur un même graphique l'allure du module de la fonction de transfert $|\tilde{H}(\Delta)|$ pour différentes valeurs du couplage : $\Omega_1 < \Omega_{c2}$; $\Omega_{c2} < \Omega_1 < \Omega_{c3}$; $\Omega_1 > \Omega_{c3}$.
12. On se place dans le cas où le couplage Ω_1 est grand devant Ω_{c3} ($\Omega_1 \gg \Omega_{c3}$).
- (a) Montrer que la hauteur des pics de la fonction de transfert $|\tilde{H}(\Delta)|$ est alors constante ; donner son expression en fonction de γ_1 et γ_2 .
- (b) Donner la largeur à -3 dB des pics de $|\tilde{H}(\Delta)|$ en fonction de γ_1 et γ_2 .

2.3 Filtres à résonateurs couplés

Les exigences de miniaturisation et d'économie énergétique des téléphones mobiles nécessitent le remplacement de certains composants discrets par des homologues intégrés sur silicium. Des résonateurs micro-mécaniques sont ainsi développés pour la réalisation de filtres passe-bande de *fréquences intermédiaires* (entre celles du signal hyperfréquence reçu et celles

du domaine audible). Pour réaliser un filtre d'ordre supérieur à deux, l'approche courante est de coupler deux résonateurs. On cherche à obtenir la bande passante la plus plate possible, c'est à dire avec une variation de transmission aussi faible que possible au voisinage de la résonance. Ce filtre étant l'analogue du circuit électrique couplé présenté ci-dessus, les résultats obtenus sur la fonction de transfert sont directement utilisables.

13. Montrer que pour obtenir la bande passante la plus plate possible, il faut choisir $\Omega_1 = \Omega_{c3}$.
14. On a vu précédemment que le module de la fonction de transfert en $\Delta = 0$ est maximal pour $\Omega_1 = \Omega_{c2}$. En déduire que ces deux conditions sont simultanément satisfaites si les deux résonateurs ont le même coefficient d'amortissement qu'on notera γ .
15. Dans ces conditions optimales, quel est le lien entre le coefficient de couplage Ω_1 et le coefficient d'amortissement γ ?
16. Donner la valeur de la bande passante à -3 dB du filtre ainsi optimisé.
17. Application numérique : On veut obtenir une bande passante en fréquence à -3 dB de 140 kHz centrée à $\omega_0/(2\pi) = 100$ MHz. Quelles valeurs faut-il choisir pour $\gamma/(2\pi)$ et $\Omega_1/(2\pi)$?

3 Analyse en régime libre

3.1 Recherche des modes propres approchés

On suppose ici que $e(t) = 0$ pour $t > 0$. On cherche une solution particulière pour $t > 0$ sous la forme $i_1(t) = \Re[\tilde{I}_1 \exp(j\tilde{\omega}t)]$; $i_2(t) = \Re[\tilde{I}_2 \exp(j\tilde{\omega}t)]$. Les quantités $\tilde{I}_1 = I_{10} \exp(j\varphi_1)$ et $\tilde{I}_2 = I_{20} \exp(j\varphi_2)$ sont les amplitudes complexes des courants. $\tilde{\omega}$ est une pulsation complexe qu'on écrira sous la forme

$$\tilde{\omega} = \omega + j\frac{\gamma}{2}$$

18. Préciser la signification physique et le signe de $\omega = \Re[\tilde{\omega}]$ et de $\gamma = 2\Im[\tilde{\omega}]$.
19. Montrer que $\tilde{\Delta} = \tilde{\omega} - \omega_0$ vérifie l'équation algébrique :

$$4\tilde{\Delta}^2 - 2j(\gamma_1 + \gamma_2)\tilde{\Delta} - \gamma_1\gamma_2 - \Omega_1^2 = 0 \quad (6)$$

20. En déduire l'expression des pulsations complexes $\tilde{\omega}_+$ et $\tilde{\omega}_-$ caractérisant les deux modes propres, dans chacun des cas suivants :
 - (a) Couplage faible : $\Omega_1 < \Omega_{c1} = |\gamma_1 - \gamma_2|/2$. Montrer que les deux pulsations propres ω_{\pm} sont égales, mais que les coefficients d'amortissement γ_{\pm} sont différents.
 - (b) Couplage fort : $\Omega_1 > \Omega_{c1} = |\gamma_1 - \gamma_2|/2$. Montrer que les deux pulsations propres ω_{\pm} sont différentes, mais que les coefficients d'amortissement γ_{\pm} sont identiques. On notera γ leur valeur commune. On notera $\tilde{\omega}_+$ la pulsation complexe dont la partie réelle est la plus grande.
21. Représenter sur un graphique les pulsations ω_{\pm} des modes approchés en fonction de la valeur du coefficient de couplage Ω_1 .
22. Représenter de même les variations des coefficients d'amortissement γ_{\pm} de ces modes approchés en fonction de Ω_1 .

3.2 Evolution temporelle en couplage fort

On se place pour la fin de cette première partie dans le cas du couplage fort.

23. Donner l'expression générale de $i_1(t)$ et $i_2(t)$, en fonction des paramètres γ , ω_+ et ω_- .
24. On considère la situation où initialement un seul des deux modes propres est excité. Montrer que les deux courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ sont dans une relation d'amplitude et de phase bien précise qu'on explicitera
 - (a) dans le cas du mode propre de pulsation ω_+ ,
 - (b) dans le cas du mode propre de pulsation ω_- .
25. On suppose qu'à l'instant $t = 0$ on a

$$i_1(0) = i_0 \quad i_2(0) = 0 \quad \frac{di_1}{dt}(0) = 0 \quad \frac{di_2}{dt}(0) = 0$$

Donner l'expression de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ en fonction des paramètres i_0 , γ , ω_+ et ω_- puis en fonction de i_0 , γ , ω_0 et Ω_1 .

26. Représenter qualitativement l'évolution de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ sur un même graphique.
27. Interpréter cette évolution en terme de modes propres.
 - (a) Au bout de combien de temps l'énergie est-elle entièrement passée du circuit 1 au circuit 2 ?
 - (b) Au bout de combien de temps est-elle entièrement revenue au circuit 1 ?

3.3 Préparation du système dans un état déterminé

On suppose qu'on puisse faire varier la valeur de la mutuelle inductance de couplage d'une valeur nulle à la valeur M puis à nouveau à une valeur nulle. À partir d'une situation de couplage nul, on est ainsi capable de "brancher" le couplage Ω_1 pendant une durée déterminée, puis de revenir dans une situation de couplage nul.

28. On suppose qu'au départ seul le circuit 1 oscille. Quelle durée minimale de couplage faut-il choisir pour obtenir, après retour à la situation de couplage nul :
 - (a) un transfert de toute l'énergie du circuit 1 au circuit 2 ?
 - (b) des oscillations d'amplitudes égales dans les deux circuits 1 et 2 ?

Deuxième partie

Couplage fort lumière-matière en cavité

Dans cette partie, on considère un interféromètre de Fabry-Perot contenant un milieu matériel qui présente une résonance à la pulsation ω_0 . Il peut s'agir soit d'un jet atomique traversant la cavité optique (Fig. 2.a), soit d'une hétérostructure de matériaux semi-conducteurs (Fig. 2.b). On examine de quelle manière la présence de ce milieu matériel modifie la transmission de la cavité lorsqu'une des pulsations de résonance de la cavité est ajustée à ω_0 .

On étudie d'abord séparément un mode du champ électromagnétique dans la cavité en l'absence de cette résonance du milieu. On définira le coefficient d'atténuation γ_C (C pour "cavité") de ce mode par la largeur des pics de transmission $T_C^{sans}(\omega)$. On reliera ensuite γ_C à l'amortissement du mode du champ électromagnétique dans la cavité, dû aux pertes vers les modes extérieurs à la cavité.

On décrit ensuite la résonance du milieu matériel dans le cadre du modèle classique de l'oscillateur de Lorentz, avec un coefficient d'amortissement phénoménologique γ_A (A pour "atome"). On fait apparaître le lien entre absorption et dispersion au voisinage de la résonance.

On examine enfin l'influence de ces oscillateurs de Lorentz placés dans la cavité sur le facteur de transmission $T_C^{avec}(\omega)$ de cette cavité, ou sur l'évolution temporelle de l'intensité en sortie de cavité après excitation brève. On supposera le faisceau laser de faible intensité.

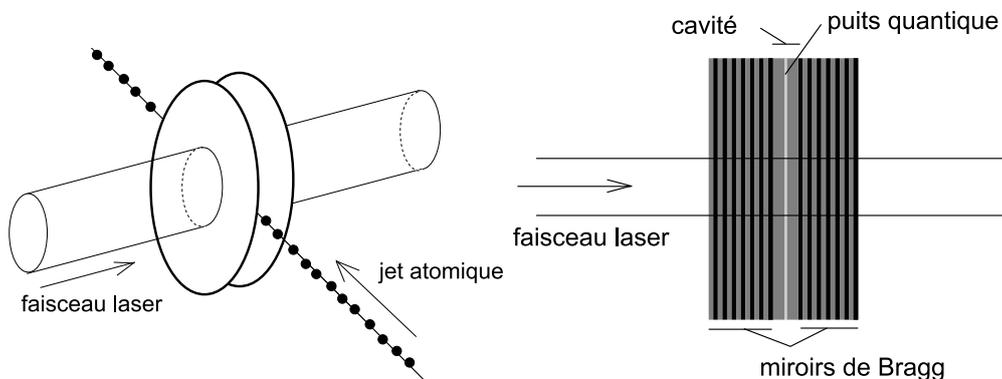


FIG. 2 – a) Cavité optique traversée par un jet atomique présentant une transition atomique résonnante avec la cavité. La longueur de la cavité est $L = 10$ mm. b) Hétérostructure de matériaux semi-conducteurs. La géométrie du "puits quantique" définit la pulsation de résonance du milieu matériel. La cavité optique a une longueur optique effective de l'ordre de λ , longueur d'onde de la résonance ($L \sim 1 \mu\text{m}$). L'alternance de matériaux d'épaisseur optique $\lambda/4$ permet de réaliser des miroirs de coefficient de réflexion élevé.

1 Caractéristiques de la cavité sans oscillateurs

1.1 Accord de phase et finesse

On considère une cavité Fabry-Perot plane constituée par les deux miroirs M_1 et M_2 , séparés par la distance L (Fig. 3). Cet espace contient un milieu d'indice "de base"

constant n_B . Pour simplifier les calculs on suppose que le même milieu d'indice n_B est également présent de part et d'autre de la cavité.

Les coefficients de réflexion en amplitude du miroir M_1 sont r_1 du côté intra-cavité et $-r_1$ du côté externe ; les coefficients de transmission en amplitude sont t_1 pour l'onde entrante et t'_1 pour l'onde sortante de la cavité. Les coefficients de réflexion et de transmission en énergie sont respectivement notés R_1 et T_1 . On a de même r_2 , $-r_2$, t_2 , t'_2 , R_2 et T_2 pour le miroir M_2 . R_1 et R_2 sont très proches de 1. On supposera r_1 et r_2 réels.

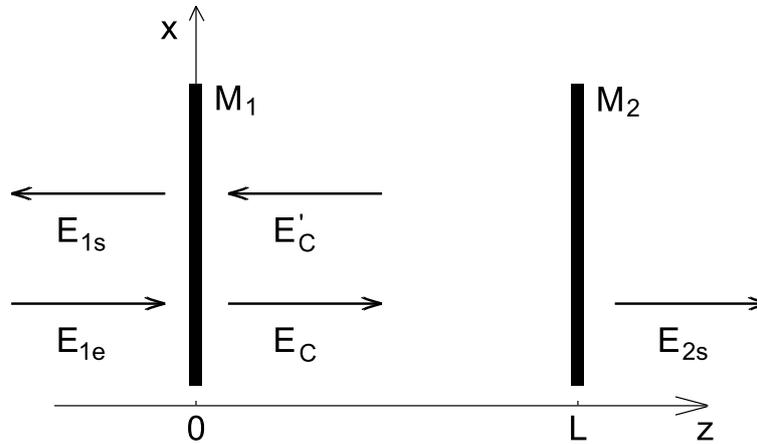


FIG. 3 – Cavité optique Fabry-Perot en régime permanent. Les flèches indiquent le sens de propagation des ondes. Les champs électriques sont dirigés suivant l'axe Ox .

29. Rappeler l'expression du déphasage $\Phi(\omega)$ associé à un aller-retour de la lumière dans la cavité.
30. On envoie sur la cavité une onde incidente de la forme $\tilde{E}_{1e}(z, t) = \tilde{A}_{1e} \exp[j(kz - \omega t)]$. Le champ dans la cavité est la superposition d'une onde progressive $\tilde{E}_C(z, t) = \tilde{A}_C \exp[j(kz - \omega t)]$ et d'une onde progressive de direction opposée $\tilde{E}'_C(z, t) = \tilde{A}'_C \exp[j(-kz - \omega t)]$. Il existe également une onde réfléchie par la cavité $\tilde{E}_{1s}(z, t) = \tilde{A}_{1s} \exp[j(-kz - \omega t)]$ et une onde transmise $\tilde{E}_{2s}(z, t) = \tilde{A}_{2s} \exp[j(kz - \omega t)]$ (voir Fig. 3).
 - (a) On considère les amplitudes des champs dans le plan $z = 0$. Donner les relations liant les amplitudes \tilde{A}_C et \tilde{A}_{1s} aux amplitudes \tilde{A}_{1e} et \tilde{A}'_C , et faisant intervenir des coefficients caractérisant le miroir M_1 .
 - (b) Donner l'amplitude \tilde{A}'_C en fonction de \tilde{A}_C , des coefficients caractérisant le miroir M_2 et du déphasage $\Phi(\omega)$.
 - (c) Donner l'amplitude \tilde{A}_{2s} en fonction de \tilde{A}_C et des caractéristiques du miroir M_2 .
 - (d) En déduire l'expression de l'amplitude \tilde{A}_{2s} en fonction de l'amplitude incidente \tilde{A}_{1e} .
31. On suppose pour toute la suite les deux miroirs identiques (et caractérisés par R et T). Déduire de ce qui précède l'expression du coefficient de transmission en énergie de la cavité $T_C(\omega)$ en fonction de T , R et $\Phi(\omega)$.
32. (a) A quelle condition sur la phase $\Phi(\omega)$ la transmission $T_C(\omega)$ est-elle maximale ?
(b) Donner l'expression de l'intervalle spectral libre défini en pulsation :
 $\Delta_{ISL} = \omega_{m+1} - \omega_m$, où ω_m et ω_{m+1} sont deux pulsations de résonance consécutives.
(c) Donner la valeur de T_C^{max} .
33. Soit $\varepsilon(\omega)$ le désaccord de phase $\varepsilon(\omega) = \Phi(\omega) - \Phi(\omega_m)$ où ω_m est la pulsation de résonance la plus proche de ω . Exprimer $\varepsilon(\omega)$ en fonction du décalage de pulsation $\omega - \omega_m$ et de Δ_{ISL} .

34. On considère dorénavant uniquement le mode du champ électromagnétique de pulsation ω_m (noté ω_0 par la suite). On suppose que le décalage de pulsation $\Delta = \omega - \omega_m$ est très faible devant l'intervalle spectral libre en pulsation, soit $|\Delta| \ll \Delta_{ISL}$. Montrer que le coefficient de transmission de la cavité sans oscillateurs $T_C(\Delta)$ se réécrit, après développement

$$T_C^{sans}(\Delta) = \frac{T^2}{[1 - R]^2 + R(2\pi\Delta/\Delta_{ISL})^2} \quad (7)$$

35. Soit γ_C la largeur totale à mi-hauteur des pics de transmission $T_C^{sans}(\Delta)$ de la cavité sans oscillateurs.
- Pour quelles valeurs de Δ la transmission chute-t-elle d'un facteur 2 ?
 - En déduire l'expression de γ_C en fonction de Δ_{ISL} et R , puis en fonction de R , c , L et n_B .
 - En déduire l'expression de la finesse F définie par : $F = \Delta_{ISL}/\gamma_C$.

1.2 Durée de vie du mode de cavité

On considère dans cette partie que le champ dans la cavité a été créé au voisinage de $t = 0$, au moyen d'une impulsion intense $\tilde{E}_{1e}(z, t)$, de pulsation moyenne ω_0 , et de durée nettement plus longue que le temps d'un aller retour de la lumière dans la cavité. On s'intéresse à l'évolution temporelle ultérieure de l'amplitude du champ électrique dans la cavité, après coupure de l'excitation.

On considère ainsi que le champ dans la cavité est alors la superposition d'une onde progressive $\tilde{E}_C(z, t) = A_C(t) \exp[j(kz - \omega_0 t)]$ et d'une onde progressive de direction opposée $\tilde{E}'_C(z, t) = A'_C(t) \exp[j(-kz - \omega_0 t)]$. Les amplitudes $A_C(t)$ et $A'_C(t)$ sont lentement variables : les variations rapides sont contenues dans le terme $\exp[j(kz - \omega_0 t)]$. Le déphasage $\Phi(\omega_0)$ associé à un aller-retour de la lumière dans la cavité étant un multiple de 2π , on peut prendre $A_C(t)$ et $A'_C(t)$ réels. Il existe également deux ondes sortantes $\tilde{E}_{1s}(z, t) = \tilde{A}_{1s}(t) \exp[j(-kz - \omega_0 t)]$ et $\tilde{E}_{2s}(z, t) = \tilde{A}_{2s}(t) \exp[j(kz - \omega_0 t)]$ vers les z décroissant et croissant respectivement (voir Figure 3).

36. On note τ le temps mis par l'onde pour faire un aller-retour dans la cavité. Exprimer τ en fonction des caractéristiques de la cavité.
37. Justifier qu'après excitation de la cavité par une impulsion de durée bien supérieure à τ , le champ remplit toute la cavité. Expliquer pourquoi les amplitudes $A_C(t)$ et $A'_C(t)$ varient lentement à l'échelle du temps τ .
38. Exprimer $A'_C(t)$ en fonction de $A_C(t - \tau)$ et des coefficients caractérisant le miroir M_2 .
39. Rappeler la relation reliant l'amplitude $A_C(t)$ à l'amplitude $A'_C(t)$ et aux coefficients caractérisant le miroir M_1 . En déduire une relation entre $A_C(t)$ et $A_C(t - \tau)$.
40. Sachant que l'amplitude varie très peu pendant la durée τ , calculer $A_C(t) - A_C(t - \tau)$ et montrer que l'évolution de $A_C(t)$ est gouvernée par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dA_C(t)}{dt} = -\frac{\gamma}{2}A_C(t)$$

41. Exprimer le taux de décroissance du champ dans la cavité $\gamma/2$ en fonction de $(1 - R)$ et de τ .
42. Montrer que le coefficient d'amortissement de l'énergie emmagasinée dans la cavité est γ . Exprimer γ en fonction de $(1 - R)$, L , n_B et c . Quel est le lien entre ce coefficient d'amortissement γ de l'énergie du mode de cavité et la largeur totale à mi-hauteur γ_C des pics de transmission ?

43. De quelle manière évolue l'intensité $I_s(t)$ détectée en sortie de cavité ? Donner l'expression de la durée caractéristique δT de ce signal.

2 Oscillateurs de Lorentz

2.1 Electron élastiquement lié

En l'absence d'oscillateurs, le matériau est transparent, d'indice de base n_B . En présence des oscillateurs, la permittivité diélectrique relative de la matière $\tilde{\epsilon}_r$ comporte deux termes : d'une part la permittivité constante $\epsilon_{rB} = n_B^2$, d'autre part la susceptibilité diélectrique des oscillateurs $\tilde{\chi}(\omega)$:

$$\tilde{\epsilon}_r = \epsilon_{rB} + \tilde{\chi}(\omega) \quad (8)$$

On modélise ces oscillateurs en les assimilant à N atomes par unité de volume possédant chacun un électron (masse m , charge $-e$) lié au coeur de l'atome par un potentiel harmonique défini par la constante de rappel $m\omega_0^2$. On note \vec{r} la position de l'électron par rapport au centre de l'atome. On modélise les effets dissipatifs par une force de frottement de la forme $\vec{f} = -m\gamma_A \vec{v}$ où \vec{v} est la vitesse de l'électron. Ces effets dissipatifs sont faibles, ce qui se traduit par $\gamma_A \ll \omega_0$.

44. Donner l'équation du mouvement de l'électron en présence du champ électrique $\vec{E}(t)$.
45. On rappelle que, dans cette partie, on représente une grandeur harmonique h de pulsation ω par $h(t) = \Re[\tilde{H} \exp(-j\omega t)]$, en suivant la convention déjà adoptée pour les ondes. Donner alors l'expression de la susceptibilité diélectrique $\tilde{\chi}(\omega)$ en fonction de ω , de ω_0 , du coefficient d'amortissement γ_A et de la pulsation plasma ω_p définie par :

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}$$

où ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide.

46. On ne s'intéresse qu'au voisinage de la résonance. Sachant que $|\Delta| \ll \omega_0$, donner l'expression approchée de $\tilde{\chi}$ en fonction de l'écart de pulsation $\Delta = \omega - \omega_0$, du coefficient d'amortissement γ_A , de ω_p et de ω_0 .

2.2 Absorption et dispersion

47. Rappeler le lien entre l'indice complexe \tilde{n} et la permittivité diélectrique relative $\tilde{\epsilon}_r$. Sachant que $|\tilde{\chi}(\omega)| \ll \epsilon_{rB}$, faire un développement de l'indice complexe \tilde{n} au premier ordre par rapport à $\tilde{\chi}$.
48. Rappeler comment l'indice de réfraction n et le coefficient d'absorption α , défini par rapport à l'intensité, sont reliés aux parties réelle et imaginaire de l'indice complexe.
49. Exprimer \tilde{n} en fonction de ω_p , ω_0 , n_B , γ_A et Δ . En déduire que l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption du milieu contenant les oscillateurs de Lorentz sont de la forme :

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 \frac{\gamma_A^2}{4\Delta^2 + \gamma_A^2} \quad \text{et} \quad n(\omega) = n_B - \alpha_0 \frac{c}{\omega_0} \frac{\Delta\gamma_A}{4\Delta^2 + \gamma_A^2} \quad (9)$$

Exprimer α_0 en fonction de ω_p , n_B , c et γ_A .

50. Comment α_0 varie-t-il avec le nombre N d'oscillateurs par unité de volume ?
51. Quelle est la largeur totale à mi-hauteur du pic d'absorption ?

3 Caractéristiques de la cavité avec oscillateurs

Le milieu matériel résonnant décrit ci-dessus occupe maintenant tout le volume de la cavité.

3.1 Effet de la dispersion

Dans cette partie on s'intéresse à l'effet de la dispersion : on ne prend pas en compte pour le moment l'absorption.

52. Donner la nouvelle expression du déphasage $\Phi_{avec}(\omega)$ associé à un aller-retour de la lumière dans la cavité.
53. On considère que la cavité vide est accordée sur la pulsation ω_0 . On a donc $\Phi_{sans}(\omega_0) = p2\pi$, avec p entier.
 - (a) En considérant la forme de la fonction $n(\omega)$, montrer que $\Phi_{avec}(\omega_0)$ vaut toujours $\Phi_{avec}(\omega_0) = p2\pi$.
 - (b) On cherche s'il existe, au voisinage de ω_0 , d'autres valeurs de la pulsation qui vérifient la relation d'accord de phase $\Phi_{avec}(\omega) = p2\pi$, avec la même valeur entière p . Traduire cette condition sous la forme d'une relation liant $n(\omega)$, n_B , ω et ω_0 .
 - (c) Discuter cette relation en traçant sur un même graphique la fonction $n(\omega)$ et une fonction de ω à déterminer, sur un petit domaine de pulsation autour de ω_0 . Montrer à l'aide du graphique qu'il existe, suivant l'importance du terme résonnant, soit une soit trois solutions vérifiant cette condition d'accord de phase.
54. Donner la nouvelle expression du désaccord de phase $\varepsilon(\omega) = \Phi_{avec}(\omega) - \Phi_{avec}(\omega_0)$ en fonction de ω , ω_0 , L , c , n_B et $n(\omega)$.
55. En introduisant le décalage de pulsation $\Delta = \omega - \omega_0$, montrer que le désaccord de phase $\varepsilon(\omega)$ en présence du milieu résonnant peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(\omega) = \frac{2\pi}{\Delta_{ISL}} \left[\Delta - \frac{\beta^2 \Delta}{4\Delta^2 + \gamma_A^2} \right] \quad (10)$$

où β est un paramètre positif caractérisant le couplage entre les oscillateurs et la cavité. Exprimer β en fonction de F , α_0 , L , γ_A et γ_C .

56. Exprimer ensuite β en fonction de N , e , m , ϵ_0 et n_B . Montrer que β s'écrit simplement en fonction de ω_p (qui caractérise la partie résonnante de la matière) et de l'indice de base n_B qui caractérise la matière non résonnante.
57. Préciser la discussion graphique précédente en recherchant les zéros de la fonction $\varepsilon(\omega)$. Donner la position des nouveaux modes résonnants en fonction des paramètres β et γ_A . Montrer que les nouveaux modes résonnants n'apparaissent que pour un couplage supérieur à un couplage critique β_c que l'on précisera.
58. Préciser la dépendance de β avec N . Comment faut-il choisir la concentration volumique d'oscillateurs pour avoir un couplage élevé ?
59. La prise en compte du phénomène d'absorption, qui fait l'objet de la partie suivante, révèle l'existence de *deux* pics de transmission alors que l'on a *trois* zéros de la fonction désaccord de phase $\varepsilon(\omega)$. Proposer une explication.

3.2 Effets de la dispersion et de l'absorption

L'absorption est maintenant prise en compte.

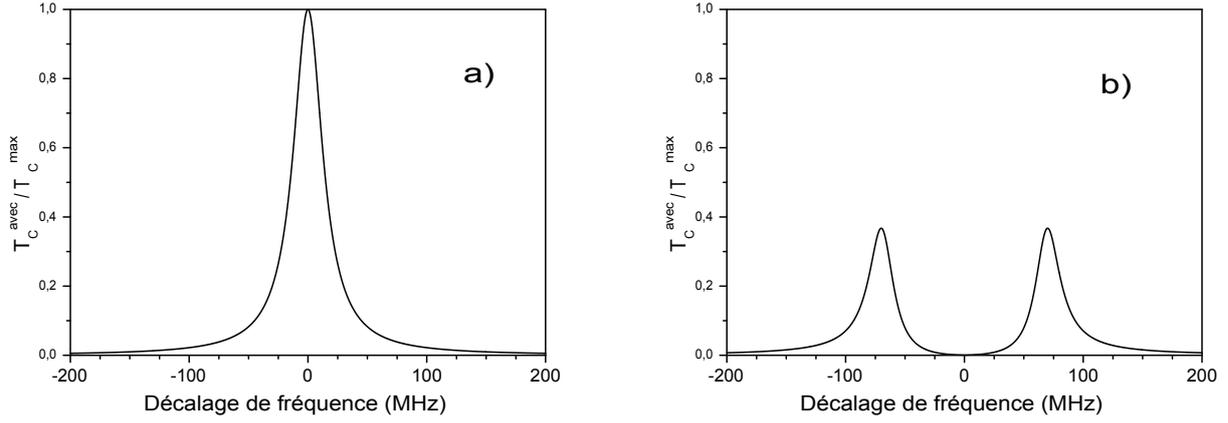


FIG. 4 – Transmission de la cavité optique en fonction du décalage de fréquence entre le laser et la résonance de la cavité vide. a) cavité vide, b) cavité traversée par le jet atomique.

60. Montrer qu'en présence du milieu absorbant, le coefficient de transmission de la cavité $T_C(\Delta)$ vaut :

$$T_C^{avec}(\omega) = \frac{T^2 \exp(-\alpha(\omega)L)}{[1 - R \exp(-\alpha(\omega)L)]^2 + 4R \exp(-\alpha(\omega)L) \sin^2(\Phi(\omega)/2)} \quad (11)$$

61. On fait l'hypothèse d'une très faible absorption pour un aller-retour dans la cavité, soit $\alpha(\omega)L \leq \alpha_0 L \ll 1$. On se limite à de très petits écarts de pulsation : $|\Delta| \ll \Delta_{ISL}$. On rappelle que la cavité est de grande finesse ($R \simeq 1$). Montrer que le coefficient de transmission de la cavité $T_C(\Delta)$ se réécrit, après développement

$$T_C^{avec}(\omega) = \frac{T^2}{[1 - R + \alpha(\omega)L]^2 + \varepsilon(\omega)^2} \quad (12)$$

62. En utilisant les résultats des questions 32, 35, 49 et 55, on arrive après des manipulations algébriques élémentaires *qui ne sont pas demandées* à exprimer $T_C^{avec}(\Delta)$ sous la forme

$$T_C^{avec}(\Delta) = T_C^{max} \frac{\gamma_C^2}{u - (2\beta^2 + \gamma_A^2 - \gamma_C^2) + (\Omega^2 + \gamma_A^2)^2/u} \quad (13)$$

où u représente la quantité $u = 4\Delta^2 + \gamma_A^2$, et

$$\Omega^2 = \beta^2(\beta^2 + 2\gamma_A^2 + 2\gamma_A\gamma_C) - \gamma_A^2$$

On suppose dorénavant que le coefficient de couplage β est assez élevé pour que Ω soit réel (positif). On cherche à préciser la forme de la fonction de transmission $T_C^{avec}(\Delta)$, et en particulier la position, la largeur et la hauteur des pics de transmission.

- Montrer que $T_C^{avec}(\Delta)$ possède deux pics dont les positions sont $\Delta_{\pm} = \pm\Omega/2$. Vérifier que ces pics sont légèrement décalés par rapport aux zéros de la fonction désaccord de phase $\varepsilon(\omega)$, déterminés à la question 57.
- On suppose pour toute la suite que $\beta \gg \gamma_A$ et $\beta \gg \gamma_C$. Montrer que Ω peut s'écrire de manière approchée : $\Omega \sim \sqrt{\beta^2 + \gamma_A\gamma_C}$
- Calculer alors la hauteur des pics de transmission en $\Delta = \pm\Omega/2$, en fonction de T_C^{max} , γ_A et γ_C .

- (d) Montrer que ces pics ont une forme lorentzienne. On posera $\Delta = \pm\Omega/2 + \eta$ avec $|\eta| \ll \Omega/2$.
- (e) Déterminer la largeur totale à mi-hauteur des pics de transmission γ_{AC} , en fonction de γ_A et γ_C .
63. Dans l'expérience représentée sur la figure 2.a, un jet d'atomes de Baryum traverse une cavité optique résonnante avec une transition du Baryum. Cette fréquence de résonance est $\omega_0/(2\pi) = 5,4 \cdot 10^{14}$ Hz. La largeur de la transition atomique est connue et vaut $\gamma_A/(2\pi) = 20$ MHz. L'absorbance $\alpha_0 L$ vaut $\alpha_0 L = 0,2$ et la finesse de la cavité est $F = 500$.
- (a) Dédurre de la figure 4.a la largeur du mode de cavité $\gamma_C/(2\pi)$.
- (b) En présence du jet atomique le pic de transmission se dédouble. Vérifier que les caractéristiques des deux pics de transmission obtenus sur la figure 4.b sont compatibles avec les prédictions du modèle précédent : distance $\Omega/(2\pi)$ entre les pics de transmission de la cavité, largeur des pics de transmission $\gamma_{AC}/(2\pi)$, hauteur des pics de transmission.

3.3 Evolution temporelle de l'intensité en sortie de cavité

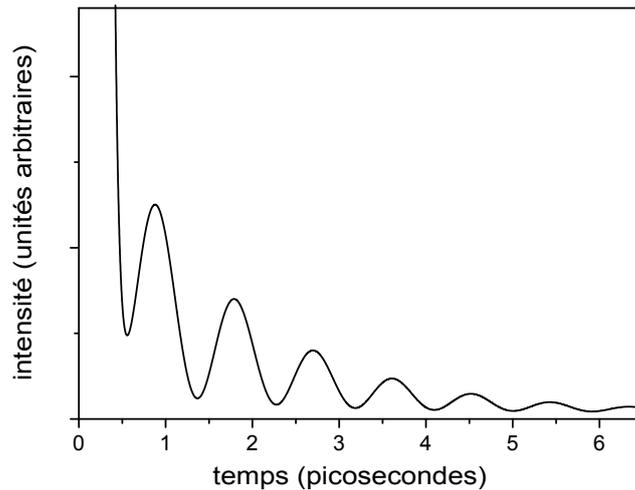


FIG. 5 – Evolution temporelle de l'impulsion transmise par la cavité. La courbe représente l'intensité détectée en fonction du temps en sortie de la cavité après excitation par une impulsion lumineuse.

On suppose maintenant que l'on a excité à $t \sim 0$ la cavité avec une impulsion laser de pulsation moyenne ω_0 et de durée Δt . Le champ électrique de cette impulsion (dans le plan $z = 0^-$ juste avant le miroir M_1) est de la forme $E_{1e}(t) = A_{1e}(t) \exp(-j\omega_0 t)$. L'enveloppe $A_{1e}(t)$ est non nulle sur un intervalle de largeur Δt . L'onde en sortie de cavité peut s'écrire (dans le plan $z = L^+$ juste après le miroir M_2) sous la forme $E_{2s}(t) = A_{2s}(t) \exp(-j\omega_0 t)$. On cherche à déterminer l'allure de l'enveloppe $A_{2s}(t)$.

Dans la description classique faite ici, le système cavité-matière est linéaire ; sa réponse temporelle est donc liée à sa réponse en fréquence par une transformation de Fourier. On décompose donc chaque champ sous la forme

$$E_{1e}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}_e(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega$$

$$E_{2s}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}_s(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega$$

Pour chaque pulsation , on peut écrire

$$\hat{E}_s(\omega) = t_C(\omega) \hat{E}_e(\omega) \quad \text{où} \quad t_C(\omega) = \sqrt{T_C(\omega)} \exp[j\varphi(\omega)]$$

est le coefficient de transmission en amplitude de la cavité, de module $\sqrt{T_C(\omega)}$ et de phase $\varphi(\omega)$. Pour la suite on supposera que cette phase $\varphi(\omega)$ varie peu sur un intervalle de quelques Ω autour de ω_0 ; on négligera donc l'influence du terme $\exp[j\varphi(\omega)]$ dans ce qui suit.

64. L'impulsion doit être suffisamment brève pour que sa largeur spectrale soit nettement supérieure à Ω . Quelle condition doit vérifier la durée Δt de cette impulsion d'excitation ?
65. Sachant que le facteur de transmission en amplitude de la cavité $t_C(\omega)$ est constitué de deux "pics" centrés en $\omega_0 \pm \Omega/2$ et de largeur $\sim \gamma_{AC}$, comment varie le champ $E_{2s}(t)$ en sortie de cavité ?
66. Représenter sur un schéma l'allure de $E_{2s}(t)$; on fera apparaître la fonction enveloppe $A_{2s}(t)$. Comparer les variations du champ électrique $E_{2s}(t)$ en sortie de cavité aux variations du courant $i_2(t)$ dans le cas des circuits électriques couplés (question 26).
67. Montrer que l'intensité $I_s(t)$ de l'impulsion détectée en sortie de cavité présente des oscillations amorties. Relier la période T_{osc} de ces oscillations et leur durée caractéristique $\delta T'$ aux quantités Ω et γ_{AC} .
68. La figure 5 représente l'allure typique du signal enregistrée dans le domaine visible ($\omega_0/(2\pi) = 3,6 \cdot 10^{14}$ Hz) pour une hétérostructure semiconductrice GaAs/GaAlAs. En 4,5 ps, on observe 5 oscillations et une décroissance globale d'un facteur 20 du signal (cf. Fig. 5). Donner l'ordre de grandeur de la durée caractéristique $\delta T'$ et de la période T_{osc} des oscillations. En déduire, dans le domaine fréquentiel, les valeurs de l'écart entre les deux pics $\Omega/(2\pi)$ et de la largeur des pics $\gamma_{AC}/(2\pi)$.
69. La longueur optique effective de la cavité est de quelques micromètres. Traduire numériquement les deux conditions imposées sur la durée Δt de l'impulsion d'excitation (questions 37 et 64). Ces conditions sont elles compatibles ?

Troisième partie

Couplage entre états quantiques

Dans cette partie on aborde le traitement quantique du couplage des deux oscillateurs. On présente d'abord le cas le plus simple du couplage de deux états discrets de durée de vie infinie. On envisage cette situation dans le cas d'un mode électromagnétique discret de la cavité et d'un système à deux niveaux présent dans la cavité.

On considère ensuite le cas du couplage d'un état discret à un continuum. Il s'agit par exemple du mode électromagnétique discret de la cavité, faiblement couplé au continuum des modes électromagnétiques extérieurs à la cavité. On cherche à montrer que ce couplage se traduit par un temps de vie fini pour le mode de cavité.

On présente enfin un modèle permettant un passage progressif entre ces deux situations limites. Cette situation permettra de décrire le couplage entre un niveau atomique discret et un mode de la cavité de largeur finie.

1 Couplage entre deux états discrets

On considère un système atomique présentant deux niveaux, un niveau fondamental $|g\rangle$ et un niveau excité $|e\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_0$ par rapport au fondamental, placé dans une cavité optique présentant un mode électromagnétique résonnant avec la transition $e - g$. On considère uniquement deux états possibles pour la cavité : l'état $|0\rangle$ sans photon et l'état $|1\rangle$ à un photon dans la cavité. Le système composite atome-photon, d'hamiltonien H_0 , a donc deux états excités de même énergie, $|e, 0\rangle$ (atome dans son état excité, pas de photon) et $|g, 1\rangle$ (atome dans son état fondamental, un photon), au dessus de l'état fondamental $|g, 0\rangle$, comme indiqué sur la figure 6.

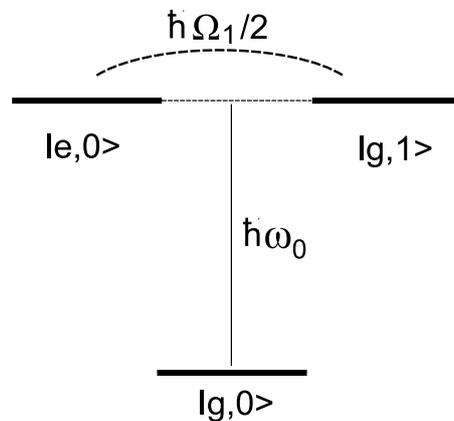


FIG. 6 – Diagramme d'énergie du système atome-champ

Le système atomique peut absorber un photon de la cavité ou en émettre un. L'interaction dipolaire électrique fait apparaître un terme de couplage hors-diagonal de la forme $H_1 = -d \cdot E_0$, où d est l'élément de matrice du dipôle et $E_0 = \sqrt{\hbar\omega_0/(2\epsilon_0 V)}$ est le "champ électrique par photon", V étant le "volume" du mode. On admet que le couplage lumière-matière entre ces deux états ne comporte que ces termes hors-diagonaux, qu'on supposera réels positifs :

$$\langle g, 1 | H_1 | e, 0 \rangle = \langle e, 0 | H_1 | g, 1 \rangle = \frac{\hbar\Omega_1}{2} > 0$$

L'hamiltonien $H_0 + H_1$ est donc représenté dans le sous-espace $|e, 0\rangle, |g, 1\rangle$ par la matrice :

$$\hbar \begin{pmatrix} \omega_0 & \Omega_1/2 \\ \Omega_1/2 & \omega_0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

70. Donner l'expression des énergies $\hbar\omega_{\pm}$ des états perturbés.
71. Donner l'expression des états propres normalisés $|\psi_+\rangle$ et $|\psi_-\rangle$ en fonction de $|e, 0\rangle$ et $|g, 1\rangle$.
72. On prépare initialement le système dans l'état $|\psi(0)\rangle = |e, 0\rangle$ à $t = 0$. Soit $|\psi(t)\rangle$ l'état du système, normalisé, à l'instant t . Donner l'expression de $|\psi(t)\rangle$ en fonction de $|\psi_+\rangle$ et $|\psi_-\rangle$, puis en fonction de $|e, 0\rangle$ et $|g, 1\rangle$.
73. En déduire la probabilité $P_C(t)$ de trouver le système dans l'état initial $|e, 0\rangle$. Donner l'expression de la pulsation de Rabi qui caractérise l'oscillation observée.
74. Dans le cas des expériences réalisées avec un jet atomique, chaque atome passe un temps fini dans la cavité. Le couplage ne s'applique donc que de $t = 0$ à $t = t_1$, pendant que l'atome traverse la cavité. À l'instant $t = 0$ l'atome est dans son état excité $|e\rangle$, et la cavité ne contient pas de photon.
 - (a) A quelle condition sur le produit $\Omega_1 t_1$ retrouve-t-on en sortie de cavité l'atome dans son état fondamental, avec un photon dans la cavité ?
 - (b) Décrire l'état final du système atome-cavité dans le cas $\Omega_1 t_1 = \pi/2$. En quoi cet état échappe-t-il à toute description classique ?
75. Faire un lien entre les états stationnaires $|\psi_+\rangle$ et $|\psi_-\rangle$ du hamiltonien $H_0 + H_1$ et l'allure du spectre de transmission de la cavité optique étudiée dans la deuxième partie du problème.

2 Couplage d'un état discret à un continuum large

On considère un système d'hamiltonien H_0 . Ce système comporte un état discret $|i\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_i$ et un quasi-continuum d'états $|k\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_k = \hbar\omega_i + k\varepsilon$, avec k entier variant de $-\infty$ à $+\infty$ (voir Fig. 7). L'écart énergétique ε entre deux niveaux d'énergie consécutifs est très petit. Ces états, très serrés et équidistants en énergie peuvent être assimilés à un continuum de densité d'états en énergie constante $\rho(\hbar\omega) = \rho_0 = 1/\varepsilon$.

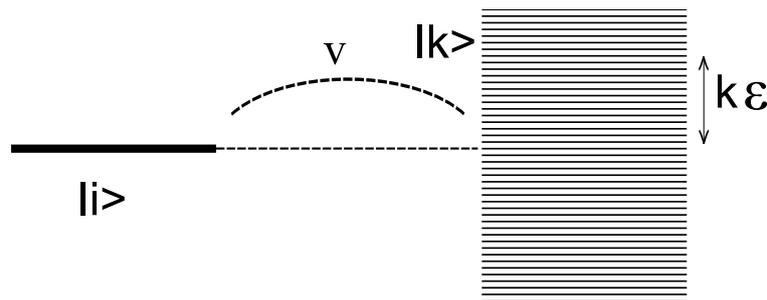


FIG. 7 – Diagramme d'énergie du système état discret - continuum large

On considère une faible perturbation H_1 couplant l'état discret et le quasi-continuum, possédant les propriétés suivantes :

$$\langle k|H_1|i\rangle = v \quad \langle i|H_1|k\rangle = v^* \quad \langle i|H_1|i\rangle = 0 \quad \langle k|H_1|k\rangle = 0$$

Le vecteur d'état du système à l'instant t s'écrit :

$$|\Psi(t)\rangle = c_i(t)e^{-j\omega_i t} |i\rangle + \sum_k c_k(t)e^{-j\omega_k t} |k\rangle$$

76. Rappeler la forme générale de l'équation de Schrödinger reliant $|\Psi(t)\rangle$ et l'hamiltonien $H_0 + H_1$.
77. Appliquer cette relation pour obtenir deux équations différentielles, l'une reliant dc_i/dt à une somme portant sur les coefficients $c_k(t)$, l'autre reliant dc_k/dt à $c_i(t)$.
78. Exprimer dc_i/dt sous la forme d'une intégrale. On utilisera pour cela la relation de passage de la somme discrète à l'intégrale :

$$\sum_k f_k = \int f_k \rho_0 d(\hbar\omega_k)$$

79. Le système est préparé dans l'état $|i\rangle$ à l'instant $t = 0$. On a donc comme conditions initiales : $c_i(0) = 1$ et $c_k(0) = 0$.
- (a) Exprimer $c_k(t)$ sous la forme d'une intégrale.
- (b) En déduire l'expression de dc_i/dt sous la forme d'une double intégrale.
80. Simplifier cette équation intégral-différentielle en intégrant d'abord en pulsation, en utilisant l'identité mathématique (1), puis en intégrant en temps, en utilisant l'identité mathématique (2).
81. Montrer que l'amplitude de probabilité $c_i(t)$ vérifie une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}c_i(t)$$

Exprimer Γ en fonction de v , \hbar et ρ_0 .

82. Donner la forme de l'évolution temporelle de l'amplitude de probabilité $c_i(t)$ puis de la probabilité $P(t)$ de trouver le système dans l'état $|i\rangle$ à l'instant t .
83. Quelle est la durée de vie du système préparé dans l'état $|i\rangle$?
84. On se limite dans cette question aux temps courts $t \ll 1/\Gamma$. On note p la probabilité de transition par unité de temps de l'état discret vers le continuum. Montrer que, pour $t \ll 1/\Gamma$, la probabilité de transition par unité de temps p vaut Γ . En déduire qu'on retrouve bien la règle d'or de Fermi, qui s'écrit pour ce continuum non-dégénéré :

$$p = \frac{2\pi}{\hbar} |v|^2 \rho(\hbar\omega = \hbar\omega_i)$$

85. Montrer que l'amplitude de probabilité $c_k(t)$ s'écrit :

$$c_k(t) = \frac{v}{\hbar} \frac{1 - e^{-\Gamma t/2} e^{j(\omega_k - \omega_i)t}}{\omega_k - \omega_i + j\Gamma/2} \quad (15)$$

86. On se place à $t \gg 1/\Gamma$. Calculer la probabilité dP de trouver le système dans un état du continuum d'énergie $\hbar\omega_k$ à $d(\hbar\omega_k)$ près à l'instant t . Justifier la forme spectrale de la raie d'émission d'un atome à deux niveaux au repos. Préciser la valeur de la largeur de la raie.

3 Transition couplage faible - couplage fort

Pour faire un lien entre les deux situations de couplage : entre deux états discrets (couplage fort) ou entre un état discret et un continuum large (couplage faible) on envisage dans cette dernière partie le couplage entre un état discret et un continuum de largeur finie

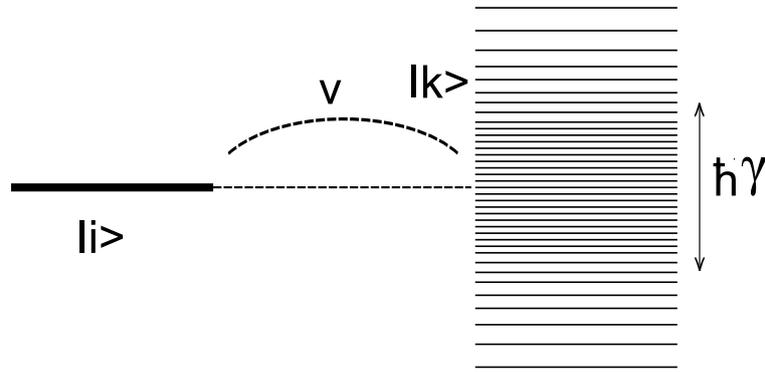


FIG. 8 – Diagramme d'énergie du système niveau discret - continuum de largeur $\hbar\gamma$

(voir Fig. 8). On suppose que le continuum a une densité d'états en énergie de forme lorentzienne, avec une largeur totale à mi-hauteur $\hbar\gamma$.

$$\rho(\hbar\omega) = \rho_0 \frac{\gamma^2}{4(\omega - \omega_i)^2 + \gamma^2}$$

87. En adaptant le résultat obtenu à la question 79b, donner la nouvelle équation intégrodifférentielle vérifiée par $c_i(t)$.
88. Simplifier cette relation en utilisant la relation (3) du formulaire.
89. Dériver l'équation obtenue par rapport au temps. Montrer que l'évolution de $c_i(t)$ est régie par l'équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2 c_i(t)}{dt^2} + \frac{\gamma}{2} \frac{dc_i(t)}{dt} + \frac{\Gamma\gamma}{4} c_i(t) = 0$$

90. On prend comme conditions initiales : $c_i(0) = 1$ et $c_k(0) = 0$. Montrer que

$$\frac{dc_i}{dt}(t=0) = 0$$

91. Cas du couplage faible : $\Gamma < \gamma/4$.
- Donner la forme des solutions dans le cas où $\Gamma < \gamma/4$.
 - Montrer que pour $\Gamma \ll \gamma/4$ (continuum large), on retrouve aux temps longs la loi de décroissance exponentielle, avec une durée de vie du système préparé dans l'état $|i\rangle$ égale à $1/\Gamma$.
92. Cas du couplage fort : $\Gamma > \gamma/4$.
- Donner la forme des solutions dans le cas où $\Gamma > \gamma/4$.
 - On considère dans les questions qui suivent le cas $\Gamma \gg \gamma/4$ (continuum étroit). Donner l'expression de l'amplitude de probabilité $c_i(t)$ à l'ordre le plus bas.
 - Donner de même l'expression de la probabilité $P(t)$ de trouver le système dans l'état $|i\rangle$ à l'instant t .
 - Exprimer, en fonction de Γ et γ , la pulsation Ω des oscillations obtenues pour $P(t)$, et le coefficient d'amortissement de ces oscillations. On pourra vérifier que la condition de couplage fort énoncée ici $\Gamma > \gamma/4$ se réécrit $\Omega > (\gamma - 0)/2$, condition analogue à celle envisagée dans la première partie.

(e) Montrer que la pulsation Ω des oscillations est de la forme :

$$\Omega = \frac{2|v|}{\hbar} \sqrt{N}$$

Que représente le nombre N ? Comparer la pulsation obtenue avec celle qu'on aurait dans le cas d'un couplage de l'état $|i\rangle$ à un état unique.

93. Le continuum de densité d'état $\rho(\hbar\omega)$ (de largeur $\hbar\gamma$) représente la densité spectrale du mode à 1 photon de la cavité. Cet élargissement est dû à la durée de vie finie du mode de cavité (égale à $1/\gamma$). L'état discret représente l'état excité atomique, de durée de vie beaucoup plus longue que celle du photon.

- (a) L'obtention de sources de photons uniques de taux de répétition élevé nécessite de réduire fortement le temps de vie radiatif du système atomique. Montrer que, en régime de couplage faible, le couplage du système atomique avec la cavité permet de réduire fortement ce temps de vie radiatif.
- (b) Dans le régime de couplage fort, préciser de quelle manière la largeur des pics de transmission est modifiée. Discuter l'origine physique de ce phénomène.

10 Rapport sur le problème de physique

Le problème de physique portait sur l'influence relative du couplage et des pertes sur la dynamique de deux oscillateurs couplés linéairement. Ce même thème était décliné suivant trois domaines de la physique : en électrocinétique sur l'exemple de deux circuits RLC couplés, en optique classique avec une cavité Fabry-Perot contenant un milieu présentant une absorption étroite, en mécanique quantique avec le couplage d'un état discret avec un continuum.

Cette variété de domaine a permis aux candidats de mobiliser leurs connaissances et savoir-faire dans le domaine de leur choix : si la majorité des candidats a abordé le problème dans l'ordre proposé, de nombreux candidats n'ont pas hésité à se lancer directement dans la partie optique ou quantique. Le jury constate avec satisfaction que, malgré la longueur du sujet, certains candidats ont eu le temps de traiter au moins deux parties du problème et d'appréhender les analogies entre celles-ci.

On rappelle l'importance de la présentation et de la rédaction. Les réponses sont rarement équilibrées : soit on a des réponses extrêmement détaillées à des questions très simples, soit on a des réponses très lapidaires, avec parfois une simple équation écrite sans explications ni justifications. Il faut de même veiller à l'homogénéité des résultats proposés. On peut étendre la notion d'homogénéité pour les scalaires et les vecteurs, que l'on a pu rencontrer, sommés dans une même équation.

Les applications numériques proposées ont été peu traitées. Le jury renouvelle cette année encore sa demande d'un effort dans ce domaine, gratifiant sur le plan de la notation.

Remarques sur les différentes parties

1) La première partie s'appuyait sur un exemple académique d'électrocinétique pour introduire les notions de couplages fort et faible. Selon les intensités relatives du couplage et de l'amortissement, le comportement du système couplé étudié peut être très différent vis-à-vis de la résonance (un pic ou deux) ou des modes propres (une ou deux pseudo-pulsations propres). Il est remarquable que les résultats établis dans cette partie se retrouvent dans les deux autres.

Ce caractère académique a pu avoir quelque chose de rassurant pour les candidats, les questions étant conceptuellement relativement faciles. C'est un peu à double tranchant, car dans un tel cas, il faut savoir être efficace, être capable de mettre en œuvre sa technicité pour ne pas perdre son temps à des calculs laborieux qu'une réflexion préalable aurait permis d'alléger. Par exemple, à la question 10, où il était demandé de déterminer les extrema de la fonction de transfert, il était utile de remarquer qu'on pouvait écrire : $|H(\Delta)| = [f(\Delta)]^{-1/2}$, où f est un polynôme du deuxième degré de Δ^2 : les maxima de $|H(\Delta)|$ sont donc les minima de $f(\Delta)$, et inversement : les calculs étaient alors beaucoup plus rapides. De même la bande passante à -3dB s'obtient simplement en égalant deux termes au dénominateur de la fonction de transfert, lorsque $|H(\Delta)|^2$ est une lorentzienne.

Heureusement, beaucoup de candidats ont su aborder cette partie avec une réelle maîtrise, sans se noyer dans de poussifs calculs.

Les correcteurs ont cependant regretté que la notion de modes propres soit mal définie, et trop souvent confondue avec celle de fréquences propres. Peu de candidats mettent cette notion de mode en application pour discuter le rôle des conditions initiales données, ou pour analyser le phénomène de battements. Ainsi la question 4a avait prouvé que, dans le cas d'oscillateurs de même amortissement, les courants oscillaient en phase pour un mode et en opposition de phase pour l'autre. C'était ce que l'on (re)demandait à la question 24, où le couplage était fort devant la différence d'amortissement des oscillateurs. A la question 25, les deux courants étaient initialement en quadrature : les deux modes propres étaient simultanément excités, ce qui conduisait au classique phénomène de battement.

La représentation complexe des grandeurs harmoniques n'est pas toujours bien comprise ni maîtrisée.

2) Dans la partie optique, la description de la cavité Fabry-Perot a rarement été bien menée. Ainsi l'expression du déphasage dans la cavité était rarement exacte. Ainsi, à la question 29, l'expression du déphasage était souvent fautive, par l'oubli de l'indice de base n_B . Cette erreur se retrouvait à la question 36. L'énoncé proposait de décrire la cavité au moyen de deux ondes progressives contra-propagatives. De nombreux candidats ont eu du mal à s'adapter à ce raisonnement et ont préféré revenir à une description plus traditionnelle de l'interféromètre, avec sommation d'ondes partielles. Ceci a été accepté.

La cavité Fabry-Perot ayant été présentée, on s'intéressait ensuite au couplage lumière-matière à l'intérieur de celle-ci en s'appuyant sur le modèle purement classique de l'électron élastiquement lié (oscillateur de Lorentz). Si quelques candidats, peu nombreux heureusement, semblaient le découvrir, ce modèle était connu et convenablement maîtrisé par beaucoup. Néanmoins, un certain nombre de candidats ont été pénalisés pour avoir confondu à partir de la question 48 le coefficient d'absorption relatif à l'intensité avec l'indice d'extinction (partie imaginaire de l'indice complexe) : il est regrettable qu'une lecture trop rapide de l'énoncé conduise à de telles confusions. De la même façon, il fallait faire attention à la convention de représentation des grandeurs harmoniques en $\exp(-j\omega t)$ – suivant la convention de la mécanique quantique – lors des dérivations temporelles de la question 45.

3) Cette troisième partie reprenait, avec le formalisme de la mécanique quantique, la situation de la partie précédente. Bien que la façon d'aborder le même sujet soit très différente, les conclusions sont identiques. Le jury a apprécié de voir des candidats aborder cette partie de physique "moderne".

On peut regretter que beaucoup de candidats n'aient pas su mobiliser leurs connaissances en mécanique quantique dans cette partie, confondant par exemple équation de Schrödinger et équation aux valeurs propres. Mais heureusement, les correcteurs ont eu la satisfaction de constater que nombre de candidats, très à l'aise avec le formalisme de la mécanique quantique, ont su traiter en profondeur cette partie. Ils en ont été largement récompensés.

Rappelons simplement que sa maîtrise du sujet ne dispense pas le candidat d'une rédaction minimale : affirmer un résultat sans aucune justification fait naître le doute, chez le correcteur, que l'auteur n'est pas en mesure de le faire (cette remarque concerne particulièrement les premières questions, 70 à 74, élémentaires à ce niveau, de cette partie).

De même, une maîtrise manifeste ne doit pas conduire le candidat à des raisonnements cavaliers et à des calculs manquant de rigueur : par exemple, aux questions 78 à 80, puis 87 et 88, il était nécessaire de préciser les bornes d'intégration, de distinguer les variables muettes d'intégration et les variables fixées.

En conclusion, ce problème a permis à de bons candidats, qui dominaient bien leur sujet et qui ont su traiter en profondeur des parties entières du sujet, d'obtenir d'excellentes notes.

En revanche, les candidats qui ont cru pouvoir obtenir une note honorable en sautant d'une question à l'autre, sans entrer véritablement dans le sujet, n'ont produit que des copies décousues dont la note décevante a sanctionné leur travail superficiel.

11. DÉROULEMENT DES ÉPREUVES ORALES

SESSION 2009

Généralités

Les épreuves définitives (pratiques et orales) se sont déroulées au Lycée Marcelin Berthelot de Saint Maur du 28 juin au 21 juillet 2009. Le jury a délibéré immédiatement après la fin des épreuves. Les résultats ont été proclamés le 22 juillet, et le jury a reçu aussitôt les candidats qui le désiraient, afin de commenter leurs épreuves.

Des précisions sur le déroulement des épreuves et des renseignements pratiques figurent sur le site web de l'agrégation de physique (<http://agregation-physique.org/>).

Les candidats admissibles à l'agrégation de physique reçoivent une convocation pour une série d'oral, comportant trois épreuves.

La série commence par un tirage au sort le premier jour. Chaque candidat tire un numéro, auquel correspondent trois enveloppes contenant les sujets :

- leçon de physique (coefficient 4)
- leçon de chimie (coefficient 3)
- montage de physique (coefficient 3)

A la fin du tirage au sort, les candidats peuvent visiter les bibliothèques et la collection de matériel de physique et de chimie. Les enveloppes sont ouvertes par le candidat au début de chacune des épreuves qui commencent dès le lendemain du tirage au sort. A la session 2008, les horaires ont été les suivants :

Ouverture du sujet	5h10	6h30	7h50	11h20	12h40	14h00
Début de l'épreuve	9h20	10h40	12h00	15h30	16h50	18h10

Il convient de remarquer que les transports en commun ne fonctionnent qu'à partir de 5h30.

Les épreuves, qui sont publiques, se déroulent de la façon suivante :

- ouverture du sujet tiré au sort : un sujet obligatoire pour les leçons, et un sujet à choisir parmi deux proposés pour le montage ;
- 4 h de préparation à l'épreuve (10 minutes supplémentaires étant allouées pour permettre les déplacements entre étages) ;
- 1 h 20 d'épreuve, dont 50 min pour l'exposé d'une leçon ou 40 min pour la présentation du montage, le reste du temps pouvant être utilisé par le jury pour les questions.

Il est demandé aux candidats de se munir d'une pièce d'identité en cours de validité, de transparents vierges, des instruments nécessaires pour écrire sur papier ou sur transparent, ainsi que d'une blouse pour la leçon de chimie. L'usage des calculatrices personnelles et des téléphones portables n'est pas autorisé.

Les candidats ont à leur disposition :

- du matériel scientifique, c'est-à-dire des appareils mis à disposition par les centres de préparation et le lycée Marcelin Berthelot ;

- des livres et manuels fournis par les centres de préparation (les photocopiés de cours sont interdits) ;

- un ordinateur équipé entre autres de la suite Office, du logiciel Synchronie et d'une banque de documents numériques, comportant plus de 2600 diapositives numérisées et une vingtaine de mini séquences vidéo ;

- un vidéo projecteur interfacé avec l'ordinateur, qui permet la projection de documents issus de la banque de données ou mis au point pendant le temps de préparation (feuilles de calculs, graphes, tableau de mesures, ...).

Peuvent être également fournis :

- une calculatrice de poche ;

- une caméra webcam ou flexcam ;

- un rétroprojecteur (les transparents vierges pour rétroprojecteur ne sont pas fournis).

Les candidats n'ont pas accès à Internet

Le matériel ainsi que les livres et documents, doivent être envoyés ou déposés (éventuellement par les candidats eux-mêmes), au plus tard avant le début de la première épreuve de la première série. Pour le matériel il est nécessaire de fournir un inventaire et une notice de fonctionnement. Ils sont récupérés le jour de la proclamation des résultats.

Les bibliothèques restent ouvertes aux candidats tous les soirs de 18 h 15 à 19h30.

Les équipes techniques

A chacune des trois épreuves orales, le candidat est accueilli par une équipe technique constituée de techniciens et de professeurs préparateurs.

L'équipe technique offre aide ou assistance. Elle n'intervient ni dans le choix des expériences qui est de la seule responsabilité du candidat ni dans l'interprétation des résultats obtenus par celui-ci.

➤ **Les techniciens** restent à la disposition du candidat tout au long de l'épreuve pour lui fournir les livres et les appareils dont il a besoin. Ils apportent les indications nécessaires au bon fonctionnement du matériel (sécurité notamment) et participent à la mise en œuvre de celui-ci en effectuant les branchements nécessaires. Les appareils sont accompagnés d'une notice que le candidat peut consulter. Les techniciens assistent le candidat dans la prise en main du matériel, en particulier, dans celle des appareils dont la diffusion est récente (spectromètres dits « de poche » ou « USB », flexcam, webcam, vidéo-projecteurs, ...) et dans celle des outils informatiques ou numériques. Même si tous ces outils, qui sont une aide très appréciable pour les expériences, sont d'une utilisation aisée, une connaissance minimale de ces derniers est néanmoins utile. Si un candidat est dérouté par un matériel précis auquel il est peu ou pas habitué, les techniciens le font alors bénéficier de leur savoir-faire.

Pour les leçons de physique ou de chimie, les techniciens fournissent au candidat une aide sur sa demande et en respectant ses indications. Ils aident à la réalisation des expériences de cours que les candidats ont prévues pour illustrer leur propos.

La situation est différente au montage où il s'agit d'une assistance. En effet, le candidat, qui est évalué notamment sur son habileté expérimentale et ses capacités à effectuer des mesures, doit réaliser lui-même les expériences. Les techniciens l'assistent dans la mise en œuvre des protocoles expérimentaux en particulier lorsqu'il s'agit d'effectuer des mesures répétitives.

➤ **Les professeurs préparateurs** ont pour mission de coordonner les travaux de l'équipe technique dans la préparation de chacune des trois épreuves. Leur rôle est également de veiller au bon fonctionnement des appareils durant la préparation. Ils peuvent proposer du matériel spécifique et, plus généralement, des solutions aux problèmes que les candidats peuvent rencontrer.

➤ **Les équipes techniques** (techniciens et professeurs préparateurs) n'ont pas de contact avec le jury. Celui-ci ignore les conditions dans lesquelles se sont déroulées les quatre heures de préparation.

12-a LEÇONS DE PHYSIQUE 2009

Les leçons sont à traiter au niveau des classes préparatoires scientifiques ou au niveau de la licence de physique.

1. Contact entre deux solides. Frottement de glissement. Applications au glissement et au roulement.
2. Caractère non galiléen du référentiel terrestre. Conséquences.
3. Mouvement d'un solide autour d'un axe fixe. Equilibrage statique et dynamique. Exemples.
4. Approximation gyroscopique. Effets dans les domaines macroscopique et microscopique.
5. Utilisation des lois de conservation dans le problème à deux corps. Applications.
6. Principes de la cinématique relativiste. Conséquences.
7. Collisions en relativité restreinte : application à l'étude des particules élémentaires.
8. Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique indépendant du temps. Applications.
9. Notion de viscosité d'un fluide. Ecoulements visqueux. Nombre de Reynolds. Exemples simples.
10. Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide; validité. Relation de Bernoulli ; limites et applications.
11. Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides : applications.
12. Modèle du gaz parfait.
13. Fonctions d'état caractéristiques d'un système à l'équilibre thermodynamique. Identités thermodynamiques. Applications.
14. Evolution et condition d'équilibre d'un système thermodynamique fermé. Potentiels thermodynamiques. Exemples.
15. Thermodynamique des phénomènes irréversibles.
16. Application des deux premiers principes de la thermodynamique au fonctionnement des machines thermiques.
17. Etude thermodynamique d'un système constitué par un corps pur sous plusieurs phases. Exemples.
18. Notion d'état microscopique. Interprétation statistique de l'entropie. Exemples.
19. Introduction au facteur de Boltzmann à partir d'un exemple au choix.
20. Rayonnement d'équilibre thermique. Corps noir. Application aux transferts thermiques radiatifs.
21. Etude d'un phénomène de transport : conduction thermique ou diffusion de particules. Applications.
22. Conversion de puissance électromécanique. Exemples et applications.
23. Induction électromagnétique : circuit mobile dans un champ magnétique permanent, circuit fixe dans un champ variable. Applications.
24. Systèmes bouclés. Applications.
25. Traitement analogique d'un signal électrique. Etude spectrale. Exemples et applications.
26. Exemples de phénomènes de propagation unidimensionnels. Ondes progressives, ondes stationnaires. Aspects énergétiques.
27. Ondes acoustiques dans les fluides.
28. Propagation dans un milieu dispersif : vitesse de phase, vitesse de groupe. Paquets d'ondes planes et évolution. Exemples.

29. Propagation guidée. Exemples et applications.
30. Dispersion et absorption d'une onde électromagnétique plane dans un milieu diélectrique. Modélisation microscopique
31. Comportement d'une onde électromagnétique monochromatique plane à l'interface de deux milieux diélectriques. Applications.
32. Réflexion des ondes électromagnétiques planes à la surface d'un milieu conducteur dans le cas d'une incidence normale. Effet de peau.
33. Propriétés et applications du rayonnement dipolaire électrique.
34. Notion de rayon lumineux. Principe de Fermat. Conséquences et applications.
35. Application des lois de l'optique à l'étude d'un instrument d'optique au choix.
36. Obtention d'interférences à deux ondes en optique. Notion de cohérence.
37. Interféromètres à division d'amplitude. Applications.
38. Diffraction de Fraunhofer. Applications.
39. Diffraction par des structures périodiques dans différents domaines de la physique.
40. Absorption, émission spontanée ou induite du rayonnement. Coefficients d'Einstein. Applications.
41. Aspects corpusculaires du rayonnement. Notion de photon.
42. Aspects ondulatoires de la matière. Notion de fonction d'onde.
43. Exemples de phénomènes quantiques.
44. Confinement de l'électron et quantification de l'énergie. Exemples.
45. Effet tunnel. Applications.
46. Le noyau : stabilité, énergie. Applications
47. Oscillateurs à deux degrés de liberté en mécanique classique : modes propres. Systèmes à deux niveaux d'énergie en physique quantique. Analogies et différences.
48. Cohésion de la matière de la molécule au solide. Aspects énergétiques.
49. Chaîne unidimensionnelle infinie d'oscillateurs harmoniques. Approximation des milieux continus. Aspects énergétiques.
50. Capacités thermiques : description, interprétations microscopiques.
51. Paramagnétisme, ferromagnétisme. Approximation du champ moyen.
52. Propriétés macroscopiques des corps ferromagnétiques. Applications.
53. Mécanismes de la conduction électrique. Loi d'Ohm. Effet Hall. Applications.
54. Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique.
55. Exemples d'effets de non linéarité sur le comportement d'un oscillateur.

12-b LEÇONS DE CHIMIE 2009

1. Solutions électrolytiques ; mise en solution d'espèces ioniques ou moléculaires. (Niveau 1^{ère} scientifique).
2. La conductimétrie : conductivité d'une solution ionique et applications (dosage volumétrique exclu). (Niveau 1^{ère} scientifique)
3. Le squelette carboné des hydrocarbures : relations structure - propriétés (nomenclature exclue). (Niveau 1^{ère} scientifique)
4. Les grandes familles de réactions en chimie organique illustrées sur l'exemple des alcools. (Niveau 1^{ère} scientifique)
5. Molécules de la santé : acides aminés et peptides. (Niveau terminale sciences et technologies de la santé et du social)
6. Principe et applications de la spectrophotométrie. (Niveau terminale scientifique et Terminale scientifique – Spécialité)
7. Equilibre chimique en solution aqueuse : cas des couples acido-basiques. (niveau terminale scientifique)
8. Indicateurs colorés acido-basiques : étude, choix pour un dosage acide-base. (niveau terminale scientifique)
9. Cinétique de réaction (catalyse exclue). (Niveau terminale scientifique)
10. Catalyse et catalyseurs ; applications. (Niveau terminale scientifique)
11. Estérification et hydrolyse des esters. (Niveau terminale scientifique)
12. Saponification des esters. Applications. (Niveau terminale scientifique)
13. L'aspirine : synthèse, dosage, formulations. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
14. Piles : mise en jeu de transformations chimiques spontanées. (Niveau terminale scientifique)
15. Électrolyses et accumulateurs : mise en jeu de transformations chimiques forcées. (Niveau terminale scientifique)
16. Étude qualitative et quantitative des espèces acido-basiques dans les liquides alimentaires et ménagers. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
17. Contrôle de qualité de l'eau. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
18. Contrôle de qualité du vin. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
19. Colorants : extraction, synthèse, identification. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
20. Arômes et conservateurs : extraction, synthèse, dosage. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
21. Dosages directs. (Niveau terminale scientifique et spécialité)
22. Dosages indirects. (Niveau terminale scientifique et spécialité).
23. Étude expérimentale du caractère évolutif des propriétés physico-chimiques dans la classification périodique. (Niveau MPSI-PTSI)
24. Structure électronique et géométrie des molécules ; illustrations expérimentales des relations structure - propriétés. (Niveau MPSI-PTSI)
25. Cristaux métalliques. (Niveau MPSI-PTSI)
26. Enthalpie de réaction : mesure et applications. (Niveau MPSI-PTSI)

27. Illustrations expérimentales et applications des réactions de complexation. (Niveau MPSI-PTSI)
28. Principe et illustrations des dosages par précipitation. (Niveau MPSI-PTSI)
29. Principe et illustrations des dosages potentiométriques (pH-métrie exclue). (Niveau MPSI-PTSI)
30. Cinétique homogène : étude expérimentale. (Niveau MPSI-PTSI)
31. Mécanismes réactionnels en cinétique homogène. (Niveau MPSI-PTSI)
32. Illustrations expérimentales et applications des lois de déplacement des équilibres. (Niveau MP-PSI-PT)
33. Mélanges binaires : équilibres liquide-vapeur ; applications (liquides non miscibles exclus). (Niveau MP)
34. Lecture et utilisation des diagrammes d'Ellingham ; application à la pyrométallurgie. (Niveau MP-PSI)
35. Hydrométallurgie. (Niveau PSI)
36. Applications des diagrammes potentiel-pH (construction exclue). (Niveau PSI)
37. Applications des courbes intensité-potentiel. (Niveau PSI)
38. Corrosion humide et protection des métaux contre la corrosion. (Niveau PSI)
39. Exemples de mécanismes en chimie organique : additions électrophiles sur la double liaison carbone - carbone. (Niveau PSI)
40. Conformations et configurations ; illustrations expérimentales (Niveau PSI)

12-c MONTAGES 2009

1. Dynamique newtonienne.
2. Tension superficielle.
3. Dynamique des fluides.
4. Thermométrie.
5. Transitions de phase.
6. Instrument(s) d'optique.
7. Interférences lumineuses ; conditions d'obtention.
8. Diffraction des ondes lumineuses.
9. Spectrométrie optique.
10. Milieux optiquement actifs : biréfringence et pouvoir rotatoire.
11. Production et analyse d'une lumière polarisée.
12. Emission et absorption dans le domaine optique.
13. Lasers.
14. Photorécepteurs.
15. Production et mesure de champs magnétiques.
16. Milieux magnétiques.
17. Métaux.
18. Matériaux semi-conducteurs.
19. Condensateurs ; effets capacitifs.
20. Induction, auto-induction.
21. Conversion de puissance électrique-électrique.
22. Exemples de conversion électro-mécanique.
23. Capteurs et transducteurs.
24. Mesures électriques.
25. Amplification de signaux.
26. Mise en forme, transport et détection de l'information.
27. Acquisition, analyse et traitement des signaux.
28. Mesure des fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu).
29. Mesure de longueurs.
30. Systèmes bouclés (oscillateurs exclus).
31. Instabilités et phénomènes non-linéaires.
32. Ondes : propagation et conditions aux limites.
33. Ondes acoustiques.
34. Résonance.
35. Oscillateurs auto-entretenus.
36. Couplage des oscillateurs.
37. Filtrage de signaux.
38. Régimes transitoires
39. Phénomènes de transport.
40. Phénomènes dissipatifs.

14 Rapport sur la leçon de chimie

Généralités

Le présent rapport concerne les épreuves de la session 2009. Il est destiné à aider les candidats à préparer l'épreuve orale de chimie. Les rapports édités depuis la session 2003 sont toujours disponibles à l'adresse suivante : <http://agregation-physique.org>. Leur lecture est vivement conseillée aux candidats, les remarques qu'ils contiennent restant toujours d'actualité.

Les intitulés des leçons de chimie de la session 2009 se rapportent aux niveaux des classes de première scientifique, de terminale sciences et technologies de la santé et du social (ST2S), de terminale scientifique (enseignement obligatoire ou de spécialité) et des classes préparatoires aux grandes écoles de première année MPSI, PTSI et de seconde année MP, PSI et PT.

Le jury a eu le plaisir d'assister à de très bonnes prestations au cours desquelles les candidats ont pu montrer leur maîtrise du sujet proposé, leurs aptitudes expérimentales et leurs capacités à transmettre leur savoir. Cependant, certains exposés ont pu révéler des graves déficiences, notamment dans le domaine de la réflexion scientifique et dans celui de la communication. Ce rapport permet donc de préciser les attentes du jury en la matière.

La leçon de chimie

Après une préparation qui dure 4 heures, les candidats disposent de 50 minutes pour présenter l'exposé de leur leçon. Un entretien d'une vingtaine de minutes environ suit cet exposé.

La préparation (4 heures)

Les ressources documentaires

Pendant la préparation de la leçon, les candidats ont accès à une bibliothèque contenant des ouvrages du secondaire et du supérieur, ainsi que des tables de données, de quelques articles et revues spécialisées. Ces ouvrages peuvent être transportés dans la salle de préparation et de présentation de la leçon.

Par ailleurs, cette salle est équipée d'un ordinateur où sont stockés des documents numérisés ; un vidéoprojecteur est à leur disposition. Les ordinateurs disponibles contiennent également des logiciels de traitement de données et certains logiciels de simulation. Des transparents (non fournis) peuvent également être réalisés à la main et utilisés avec un rétroprojecteur.

Il est recommandé à ce propos de ne projeter que des figures suffisamment lisibles de loin.

Le jour du tirage au sort, les candidats peuvent visiter les lieux et découvrir les documents numérisés.

Ces différentes ressources doivent permettre aux candidats, après lecture attentive de l'intitulé de la leçon, de bâtir un plan, de rechercher les protocoles d'expériences possibles et de prévoir les différentes illustrations iconographiques utiles lors de la présentation.

Les ressources expérimentales

Les candidats bénéficient pendant la préparation de l'aide d'une équipe technique, notamment pour la prise en main de logiciels ou l'acquisition de mesures répétitives. Ils doivent fournir à l'équipe technique une fiche comportant la liste détaillée du matériel et des produits demandés. Il est parfois nécessaire, compte tenu des contraintes locales, d'adapter un protocole issu de la littérature.

La mise en œuvre effective des expériences et leur exploitation sont naturellement à la charge du candidat. Il est conseillé, pendant la préparation, de tester toutes les manipulations présentées devant le jury afin d'éviter toute improvisation au moment de l'épreuve. Le jury conseille également de réfléchir

soigneusement pendant la préparation aux étapes qui seront présentées : on peut choisir en effet de montrer la mise en route d'une expérience, la prise d'une ou plusieurs mesures, une étape de purification ou de caractérisation. Le candidat veillera aussi à bien disposer du matériel et des produits qui lui seront utiles lors de la présentation, pour éviter toute recherche précipitée lors de l'exposé.

La présentation de la leçon (50 minutes)

L'exposé dure au maximum 50 minutes. Le jury avertit lorsque le temps de présentation approche de son terme (quelques minutes avant la fin). Les leçons écourtées significativement sont sanctionnées et les candidats dépassant les 50 minutes réglementaires sont interrompus. La gestion du temps est importante : il convient de ne pas déséquilibrer la leçon en traitant en hâte, dans les dernières minutes, un pan entier du sujet proposé. Certains sujets peuvent se prêter à des approches larges : il appartient alors au candidat de faire des choix raisonnés et de les annoncer en début d'exposé. On peut également passer rapidement sur certains points : calculs élémentaires, concepts pré-requis... pour consacrer un temps suffisant aux aspects jugés les plus importants pour le sujet considéré : il s'agit ici de faire percevoir à l'auditoire les messages essentiels que la leçon est censée faire passer.

Le jury souhaite insister fortement cette année sur l'importance de la communication dans un langage qui doit respecter les règles du français usuel et utiliser un vocabulaire scientifique approprié et rigoureux. L'orthographe doit être correcte, y compris pour les noms propres et la syntaxe bien maîtrisée : toute définition importante doit être pensée et écrite avant l'exposé pour éviter toute ambiguïté. Les lapsus sont fréquents lors des exposés, et le jury sait faire la part due au stress bien légitime des candidats. Cependant, leur accumulation peut finir par rendre l'exposé confus, voire incompréhensible.

On attire également l'attention des candidats sur l'utilisation de certains mots peu adaptés à une communication claire en chimie : ainsi, le mot « élément », ne doit pas être confondu avec atome, ion ou molécule, qui sont des termes scientifiques bien précis. Le mot « stable », s'appliquant à une espèce chimique, est souvent imprécis et appellera probablement des questions sur le caractère thermodynamique ou cinétique de cette stabilité invoquée.

Enfin, il n'est pas recommandé d'utiliser des mots trop familiers : augmenter la tension aux bornes d'une cellule d'électrolyse ne doit pas se traduire par « mettre la patate »...

Un autre point important, sur lequel insiste le jury, relève des ressources utilisées. Les manuels de l'enseignement secondaire, destinés normalement aux élèves, ne doivent pas être des références uniques et constituent rarement des sources fiables en matière de protocoles d'expériences. On attend que le candidat fasse preuve de recul et parfois d'originalité : une progression dite « classique » n'en est pas pour autant la plus pertinente (on signale que le jury dispose pendant l'exposé des ouvrages utilisés par le candidat et peut éventuellement les consulter).

Lors de l'exposé, les candidats peuvent utiliser plusieurs moyens de communication : tableau, vidéoprojecteur, rétroprojecteur. Souvent, les candidats le font avec dextérité et efficacité. Il est cependant maladroit de présenter toutes les équations de réaction écrites à l'avance. On recommande également de laisser à l'auditoire le temps de lire ce qui est présenté. Enfin, les candidats doivent se détacher suffisamment de leurs notes pour donner à la présentation le dynamisme nécessaire.

Les dernières minutes de la leçon sont souvent mal utilisées : la conclusion doit être pensée à l'avance et ne pas reprendre mot pour mot une introduction éventuelle. La leçon a permis, en principe, d'avancer dans la compréhension de la chimie et cela doit apparaître naturellement en fin d'exposé.

Les expériences sont normalement présentes dans toutes les leçons. Elles permettent d'une part d'illustrer la leçon et d'autre part de mettre en valeur les compétences expérimentales du candidat. Une leçon dépourvue d'expériences adaptées sera toujours sanctionnée. Par ailleurs, ces expériences sont trop rarement utilisées dans une démarche d'investigation à l'origine d'établissement de résultats plus généraux.

Le choix des expériences est très important. Elles peuvent être qualitatives et nécessitent alors d'être démonstratives ou quantitatives, ce qui implique alors une réflexion minimale sur les causes d'erreurs éventuelles. Les questions de sécurité sont également à prendre en compte, sans toutefois verser dans un excès un peu ridicule : il n'est pas équivalent de manipuler de la soude concentrée chaude pour une

saponification et de la soude à 10^{-2} mol.L⁻¹ pour un dosage acido-basique. Le jury apprécie également que les candidats modifient un protocole classique pour éviter d'utiliser des produits toxiques : on peut ainsi souvent remplacer le méthanol par l'éthanol ou l'hexane par l'heptane.

Certaines leçons se prêtent à de nombreuses expériences en raison de leur intitulé (leçon 21 : dosages directs ou leçon 17 : contrôle de qualité de l'eau, par exemple) : il ne faut pas néanmoins les transformer en séances de TP. Cela nécessite de concevoir alors un fil conducteur adapté, qui permet de tenir un exposé cohérent en évitant de juxtaposer des expériences sans lien entre elles.

Les expériences, en chimie comme en physique, s'appuient sur un corpus théorique qui doit être maîtrisé par les candidats. Une expérience qui « ne marche pas » ne doit donc pas être présentée comme le résultat malheureux d'une conjoncture défavorable, mais doit être analysée pour rechercher les causes possibles d'un échec et en proposer une éventuelle remédiation. Le message essentiel est que la chimie, comme science d'expérimentation, n'en est pas moins construite et précise. La chimie est également une science d'observation : le jury attend que le candidat soit capable d'observer des changements éventuels dans un milieu réactionnel (apparition d'un gaz, changement de coloration...) et d'en proposer le cas échéant une interprétation raisonnable.

Par ailleurs, le jury est conscient que le temps de préparation ne permet pas toujours une mise en place optimale des manipulations pour obtenir, par exemple, un produit sec avec un bon rendement. Il apprécie alors que le candidat justifie le résultat obtenu en indiquant comment ce dernier aurait pu être amélioré.

La caractérisation des produits, en chimie organique, est souvent déficiente : rien ne sert de calculer un rendement si le produit fabriqué n'est pas pur (ou, pire, n'est pas le produit attendu). On constate très souvent une utilisation non orthodoxe du banc Kofler : quantité de produit étalon ou de produit fabriqué excessive sur le banc, nettoyage absent ou approximatif. En chromatographie sur couche mince, il convient souvent de diluer les produits à tester à 1 % dans un solvant adéquat.

S'agissant des dosages, fréquents dans les leçons de chimie, le jury souhaite attirer l'attention des candidats sur l'usage immodéré qui est fait de la « courbe dérivée » : cela conduit parfois à une estimation très fantaisiste du volume à l'équivalence, en raison de l'insuffisante quantité de points de mesure au voisinage de l'équivalence. Il faut par ailleurs signaler avec force que les indications portées sur les produits commerciaux (bouteilles d'eau minérale, sérum physiologique...) ne sont souvent que des valeurs moyennes et que cela doit être présent à l'esprit du candidat lorsqu'il compare le résultat d'un dosage (supposé précis) à ces indications.

L'utilisation de la verrerie reste souvent mal maîtrisée ; les pipettes jaugées doivent notamment être tenues verticalement. Le choix d'une éprouvette ou d'une pipette jaugée est par ailleurs lié à la précision de la mesure à effectuer : prélever un volume donné de solvant se fait à l'éprouvette, alors qu'une solution à doser se prélève avec une pipette jaugée. Les concentrations des réactifs titrants doivent être choisies avec pertinence pour éviter d'obtenir un volume à l'équivalence trop faible ou trop grand.

L'entretien (20 minutes environ)

Les questions du jury ont plusieurs objectifs. Le premier est d'amener les candidats à corriger d'éventuelles erreurs ponctuelles. Le second, essentiel, est de vérifier la capacité des candidats à faire preuve de réflexion, tant dans le domaine théorique que dans le domaine expérimental. L'étendue des connaissances des candidats est parfois mise en évidence lors de cet entretien, mais le jury tient à faire savoir qu'il est sensible à la pertinence de la réflexion mise en jeu et à la capacité du candidat à proposer des hypothèses raisonnables face à une situation parfois inattendue.

Remarques particulières

(les numéros indiqués correspondent aux titres des leçons de chimie de la session 2009)

Leçons 1, 3, 23, 24 : les interactions inter et intramoléculaires sont mal connues et rarement évoquées spontanément pour expliquer certaines observations expérimentales (effets thermiques, valeurs de constantes physiques).

Leçons 26, 32, 33 : les calculs formels sont trop souvent déconnectés de la réalité expérimentale.

Leçons 15, 29, 35, 37, 38 : les courbes intensité-potentiel sont souvent mal maîtrisées. Le jury invite les candidats à approfondir leurs connaissances dans ce domaine, qui ne s'improvise pas.

Leçons 4, 31, 39, 40 : des exemples concrets et bien choisis sont attendus.

Leçons 6, 8, 19 : l'origine de la couleur d'une solution est rarement comprise ; les candidats invoquent souvent « l'émission » d'une lumière colorée.

Leçons 2, 14, 15 : les phénomènes électriques (nature des porteurs de charge...) sont souvent mal compris, notamment l'intérêt d'utiliser une tension alternative en conductimétrie. Le choix des valeurs des tensions imposées est souvent sans fondement, ce qui entraîne parfois des effets non prévus ou ignorés par les candidats.

Leçons 27, 28, 29, 32 : ces leçons doivent être centrées sur les aspects expérimentaux les plus variés, tant qualitatifs que quantitatifs, tout en conservant une cohérence d'ensemble.

Conclusion

La chimie est présente dans de nombreux aspects de la vie quotidienne. Elle est aussi au cœur de nombreuses questions de société, dans le domaine notamment du développement durable.

De nombreux candidats, en faisant preuve d'une bonne maîtrise des notions fondamentales de cette discipline, ont pu montrer qu'ils en comprenaient aussi les enjeux ; le jury les félicite. Il espère que les commentaires de ce rapport aideront les autres et les futurs candidats à réussir cette épreuve.

15 Rapport sur le montage de physique 2009

Le montage de physique, qui n'est ni une leçon ni un TP-cours, est la seule épreuve où le candidat a le choix entre deux sujets. Une fois ce choix effectué, il n'est pas possible de revenir en arrière. Le candidat dispose ensuite de 4 heures pour monter des dispositifs expérimentaux et réaliser des mesures illustrant le thème choisi. Cette préparation s'effectue avec l'assistance de l'équipe technique qui peut, si nécessaire, réaliser des mesures répétitives pour le candidat en suivant strictement le protocole expérimental (même erroné) établi par celui-ci.

A l'issue de cette préparation, la présentation devant le jury dure 40 minutes. Ce temps doit être utilisé à réaliser des mesures quantitatives, à analyser la pertinence des résultats obtenus en n'oubliant pas le thème du montage choisi. Durant la présentation, le jury peut être amené à se déplacer pour voir de plus près les expériences réalisées par le candidat. Il ne doit pas alors s'interrompre dans sa présentation.

Au terme de l'exposé, le jury interroge le candidat au sujet :

de ses choix de protocoles expérimentaux et du matériel utilisé.

de ses mesures et des analyses effectuées.

de ses interprétations en lien avec le thème du montage.

Ces questions visent à évaluer, outre la compréhension des phénomènes physiques impliqués, les capacités du candidat à réaliser des mesures correctes et à les interpréter.

Comme chaque année, le jury a pu assister à d'excellents montages combinant des expériences choisies avec pertinence, des manipulations soignées et des analyses correctes des résultats.

En revanche, le jury voit encore trop de prestations faibles, soit par méconnaissance de la nature de l'épreuve qui ne peut être confondue avec une leçon ou d'un « TP-cours », soit parce que les connaissances expérimentales sont mal maîtrisées ainsi que, dans certains cas, les notions correspondantes.

Ce rapport a pour objectif d'aider les candidats à se préparer à cette épreuve difficile en donnant des indications générales ainsi que des remarques spécifiques aux différents sujets de montage.

L'épreuve de montage

Cette épreuve nécessite une **approche expérimentale** des phénomènes étudiés. Contrairement à l'épreuve de leçon, les lois physiques n'ont pas à être démontrées. Cependant, leurs domaines de validité doivent être connus car ils conditionnent les choix des protocoles expérimentaux ainsi que la discussion des valeurs obtenues lors des mesures.

Les candidats sont libres de choisir les expériences illustrant le sujet choisi. Il n'existe pas d'expérience « incontournable ». La multiplication des montages expérimentaux peut s'avérer dangereuse. Mieux vaut deux expériences pertinentes bien réalisées et bien exploitées que quatre inabouties.

Des expériences qualitatives permettant de mettre en évidence les phénomènes étudiés et de préciser les ordres de grandeurs peuvent servir d'introduction. Il ne faut cependant pas les multiplier.

Certaines expériences peuvent illustrer plusieurs sujets. Il faut alors prendre soin d'adapter les grandeurs physiques mesurées et interprétées au sujet du montage.

Un montage ne se conçoit pas sans **mesures effectuées devant le jury avec évaluation de la précision**. Les valeurs mesurées doivent, lorsque c'est possible, être discutées et comparées à des valeurs tabulées ou attendues.

Les mesures et manipulations effectuées pendant la préparation doivent être complétées par au moins une mesure réalisée devant le jury afin de montrer la compatibilité. A cette fin, il est conseillé de choisir un point situé dans l'intervalle d'étude utilisé en préparation, plutôt qu'un point extérieur.

Remarques générales issues des observations du jury de la session 2009.

Présentation

Les candidats, dans la mesure du possible, doivent s'organiser pour présenter leurs montages de façon à ne pas passer 40 minutes à manipuler dos au jury.

De même, il faut penser à réserver une petite partie de la préparation à l'organisation du tableau. Cela permet d'éviter de perdre du temps pendant la présentation (à chercher une valeur tabulée non indiquée sur le tableau par exemple).

Il est aussi conseillé aux candidats de prendre quelques minutes avant l'arrivée du jury pour reprendre en main le début de la présentation, de manière à ne pas se retrouver perdu devant leur première expérience.

Le jury rappelle que le tableau ne doit pas être effacé ni pendant la présentation ni au moment des questions.

Manipulations et mesures.

Une connaissance des principes de fonctionnement des appareils utilisés est attendue dans l'épreuve de montage. Il est consternant de voir des montages où des appareils basiques de mesure, utilisés tout au long de la présentation, sont inconnus (sonde à effet Hall dans les mesures de champ magnétique, thermocouple pour les mesures de température ...).

L'utilisation de « boîtes noires » telles que diverses plaquettes de montages électroniques, spectrophotomètre interfacé sur ordinateur ..., n'est pas à recommander aux candidats qui les découvrent lors de la préparation. On attend, en effet, que la signification physique et l'incidence sur les mesures des divers paramètres réglables de ces outils soient connues.

Les mêmes remarques s'appliquent aux logiciels de traitement des données utilisés. Si une FFT est obtenue d'un simple clic, bien souvent la résolution spectrale est confondue avec le déplacement des curseurs « de part et d'autre du pic » et les paramètres d'obtention sont méconnus.

En ce qui concerne les montages d'optique, le jury voit encore trop souvent des montages mal alignés avec des images présentant des aberrations. Rappelons que de nombreux bancs d'optique existent dans la collection.

Les montages d'électronique demandent à être clairs et ordonnés, faute de quoi le candidat commet de multiples erreurs.

Dans la présentation des mesures à l'aide de courbes, le jury attend que les grandeurs associées aux axes ainsi que leurs unités soient clairement indiquées et souhaite que les points de mesure soient facilement visibles.

Validation des mesures

- Ne pas confondre incertitudes et erreurs systématiques.
- Penser aux incertitudes et erreurs systématiques dues aux systèmes d'acquisitions et aux traitements informatiques.
- Etudier correctement les conditions aux limites éventuelles et les domaines de validité des modèles.
- La proportionnalité entre deux grandeurs physiques doit être validée en traçant un graphe et non en calculant une succession de rapports.
- Les discussions sur les intervalles de confiance obtenus pour l'identification de paramètres par régression à l'aide de calculs sur ordinateur sont les bienvenues ; cependant, l'interprétation des grandeurs statistiques issues des logiciels utilisés doit être bien maîtrisée et la notion d'intervalle de confiance clairement identifiée.

Commentaires sur certains montages:

1 Dynamique newtonienne

L'intitulé de ce montage change en 2010 en « Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique », afin de ne pas être contraint par une vision trop datée.

2 Tension superficielle

Ce montage est choisi par de nombreux candidats et donne lieu, le plus souvent, à des prestations décevantes lorsque les candidats ignorent la difficulté des mesures de tension superficielle.

3 Dynamique des fluides

Comme recommandé par les précédents rapports, les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu'ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées.

4 Thermométrie

On attend dans ce montage des manipulations plus pertinentes que l'étalonnage d'une résistance de platine par un thermomètre à mercure. La notion de point fixe doit être connue.

5 Transitions de phase.

Ce montage peut et doit être quantitatif. La notion de chaleur latente est trop souvent absente.

6 Instruments d'optique

Les candidats doivent connaître et comprendre les conditions d'obtention d'images de bonne qualité. Il n'est pas suffisant d'appliquer aveuglément un protocole trouvé dans un livre.

7 Interférences lumineuses ; condition d'obtention.

8 Diffraction des ondes lumineuses.

La diffraction de Fraunhofer est souvent évoquée sans que ses conditions d'obtention soient bien connues. Rappelons que les phénomènes de diffraction peuvent s'observer avec d'autres sources lumineuses que des lasers.

9 Spectrométrie optique

Quel que soit l'appareil de mesure utilisé, notamment le spectromètre à entrée fibrée interfacé avec l'ordinateur, son principe et sa manipulation doivent être connus. Le prisme à vision direct doit être réservé aux observations qualitatives.

10 Milieux optiquement actifs : biréfringence et pouvoir rotatoire

Ce montage est souvent confondu avec le suivant (n°11). Comme le titre l'indique, il s'agit d'étudier des propriétés de matériaux et non d'ondes lumineuses, même si ces dernières constituent l'outil principal permettant d'effectuer les mesures.

11 Production et analyse de lumière polarisée

Contrairement au n°10, il s'agit ici d'étudier les propriétés des ondes lumineuses. La confusion entre polarisation partielle et polarisation elliptique n'est pas acceptable.

12 Emission et absorption dans le domaine optique

L'émission du corps noir n'est pas *stricto sensu* une émission spontanée. Les ordres de grandeurs des largeurs de raies et leur origine devraient être connus des candidats.

13 Lasers

14 Photorécepteurs

15 Production et mesure de champs magnétiques

La sonde à effet Hall est souvent le seul instrument de mesure présenté dans ce montage. Trop de candidats ignorent son principe de fonctionnement.

16 Milieux magnétiques

17 Métaux

La mesure de la conductivité thermique d'un métal par sa réponse en température à une excitation alternative a posé problème à de nombreux candidats par suite de l'analyse des mesures à l'aide d'une loi non valide avec les conditions aux limites concernées. Le régime permanent implicitement mis en jeu doit être précisé, de même que son temps d'établissement.

18 Matériaux semi-conducteurs

19 Condensateurs ; effets capacitifs

Le stockage d'énergie n'est pas typique des effets capacitifs. L'intitulé de ce montage change en 2010 ; il devient « Condensateurs ; effets capacitifs. Applications » afin d'agrandir le champ d'études.

20 Induction, auto-induction

L'observation subjective d'un retard à l'allumage d'une lampe ne peut être qu'une introduction qualitative du phénomène d'auto-induction qui doit être illustré par des mesures précises et une confrontation entre la mesure et le modèle décrivant le phénomène. L'étude du rendement du transformateur n'a pas sa place dans ce montage.

21 Conversion de puissance électrique-électrique

Le jury souhaiterait voir de réelles mesures de puissance, pour des convertisseurs utilisés en régime nominal.

22 Exemples de conversion électromécanique

Comme pour le montage 21, la notion de point de fonctionnement nominal est importante.

23 Capteurs et transducteurs

La différence entre capteurs et transducteurs est trop souvent méconnue. De ce fait, les candidats se limitent en général à l'étude de différents capteurs sans aborder les transducteurs.

24 Mesures électriques.

Depuis la modification d'intitulé de ce montage, d'autres types de mesures que celles des courants et tensions sont abordées, ce qui est positif. Cependant, les mesures de fréquence, faisant l'objet du montage 28, ne doivent pas être le seul sujet d'étude de ce montage. En outre ce montage ne saurait se réduire à l'étude du convertisseur analogique-digital.

25 Amplification de signaux

Les notions d'impédance et de rendement sont trop souvent éludées.

26 Mise en forme, transport et détection de l'information

27 Acquisition, analyse et traitement des signaux

28 Mesure des fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu). Remarque : Il n'est pas interdit de penser à d'autres domaines que l'optique.

29 Mesure de longueurs

Il est inutile d'utiliser un interféromètre de Michelson pour déterminer la différence de marche engendrée par une lame de microscope si on cherche à déterminer son épaisseur avec un indice peu précis !

30 Systèmes bouclés (oscillateurs exclus) (cf remarque du sujet 28)

31 Instabilités et phénomènes non linéaires (cf remarque du sujet 28)

32 Ondes : propagation et conditions aux limites (cf remarque du sujet 28)

33 Ondes acoustiques

34 Résonance (cf remarque du sujet 28)

35 Oscillateurs auto-entretenus (cf remarque du sujet 28)

De nombreux candidats ignorent l'importance des retards de phase dans l'étude de la stabilité des systèmes.

36 Couplage des oscillateurs (cf remarque du sujet 28)

37 Filtrage des signaux (cf remarque du sujet 28)

Lorsque le matériel informatique est utilisé pour tracer des diagrammes de Bode, le candidat doit être capable de gérer l'acquisition et surtout de réaliser une mesure devant le jury. Certains candidats ayant choisi d'utiliser le tracé automatique de diagramme de Bode ont eu des problèmes de gestion du matériel et n'ont pas abouti à une mesure. Rappelons que l'utilisation de ce type de support informatique n'est pas obligatoire.

38 Régimes transitoires

Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes permanents non stationnaires peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.

39 Phénomènes de transports

Voir remarque du montage 17, pour l'expérience du transport de la chaleur dans une barre métallique mal interprétée.

40 Phénomènes dissipatifs.

LEÇONS DE PHYSIQUE 2010

Les leçons sont à traiter au niveau des classes préparatoires scientifiques ou au niveau de la licence de physique.

1. Contact entre deux solides. Frottement de glissement. Applications au glissement et au roulement.
2. Caractère non galiléen du référentiel terrestre. Conséquences.
3. Mouvement d'un solide autour d'un axe fixe. Equilibrage statique et dynamique. Exemples.
4. Approximation gyroscopique. Effets dans les domaines macroscopique et microscopique.
5. Exemples d'utilisation des lois de conservation en dynamique des systèmes.
6. Principes de la cinématique relativiste. Conséquences.
7. Dynamique relativiste. Exemples.
8. Notion de viscosité d'un fluide. Ecoulements visqueux. Nombre de Reynolds. Exemples simples.
9. Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide; validité. Relation de Bernoulli ; limites et applications.
10. Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides : applications.
11. Modèle du gaz parfait.
12. Fonctions d'état caractéristiques d'un système à l'équilibre thermodynamique. Identités thermodynamiques. Applications.
13. Evolution et condition d'équilibre d'un système thermodynamique fermé. Potentiels thermodynamiques. Exemples.
14. Thermodynamique des phénomènes irréversibles.
15. Application des deux premiers principes de la thermodynamique au fonctionnement des machines thermiques.
16. Etude thermodynamique d'un système constitué par un corps pur sous plusieurs phases. Exemples.
17. Notion d'état microscopique. Interprétation statistique de l'entropie. Exemples.
18. Introduction au facteur de Boltzmann à partir d'un exemple au choix.
19. Rayonnement d'équilibre thermique. Corps noir. Application aux transferts thermiques radiatifs.
20. Etude d'un phénomène de transport : conduction thermique ou diffusion de particules. Applications.
21. Conversion de puissance électromécanique. Exemples et applications.
22. Induction électromagnétique. Applications.
23. Résonance magnétique. Exemples et applications.
24. Systèmes bouclés. Applications.
25. Traitement analogique d'un signal électrique. Etude spectrale. Exemples et applications.
26. Exemples de phénomènes de propagation unidimensionnels. Ondes progressives, ondes stationnaires. Aspects énergétiques.
27. Ondes acoustiques dans les fluides.
28. Propagation dans un milieu dispersif : vitesse de phase, vitesse de groupe. Paquets d'ondes planes et évolution. Exemples.
29. Propagation guidée. Exemples et applications.

30. Dispersion et absorption d'une onde électromagnétique plane dans un milieu diélectrique. Modélisation microscopique
31. Effet de peau. Comportement d'une onde électromagnétique à la surface d'un conducteur.
32. Propriétés et applications du rayonnement dipolaire électrique.
33. Notion de rayon lumineux. Principe de Fermat. Conséquences et applications.
34. Application des lois de l'optique à l'étude d'un instrument d'optique au choix.
35. Obtention d'interférences à deux ondes en optique. Notion de cohérence.
36. Interféromètres à division d'amplitude. Applications.
37. Diffraction de Fraunhofer. Applications.
38. Diffraction par des structures périodiques dans différents domaines de la physique.
39. Absorption, émission spontanée ou induite du rayonnement. Coefficients d'Einstein. Applications.
40. Aspects corpusculaires du rayonnement. Notion de photon.
41. Aspects ondulatoires de la matière. Notion de fonction d'onde.
42. Exemples de phénomènes quantiques.
43. Confinement de l'électron et quantification de l'énergie. Exemples.
44. Effet tunnel. Applications.
45. Le noyau : stabilité, énergie. Applications
46. Oscillateurs à deux degrés de liberté en mécanique classique : modes propres. Systèmes à deux niveaux d'énergie en physique quantique. Analogies et différences.
47. La molécule : stabilité, énergie. Applications.
48. Cohésion de la matière condensée.
49. Chaîne unidimensionnelle infinie d'oscillateurs harmoniques. Approximation des milieux continus.
50. Capacités thermiques : description, interprétations microscopiques.
51. Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation du champ moyen.
52. Propriétés macroscopiques des corps ferromagnétiques. Applications.
53. Mécanismes de la conduction électrique. Loi d'Ohm. Effet Hall. Applications.
54. Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique.
55. Exemples d'effets de non linéarité sur le comportement d'un oscillateur.

16-b LEÇONS DE CHIMIE 2010

L : à traiter au niveau des classes du second cycle des lycées : 1ere S, Terminale S (y compris l'enseignement de spécialité), Terminale ST2S.

CP : à traiter au niveau des classes préparatoires : MPSI, PTSI, MP, PSI et PT.

1. Solutions électrolytiques ; mise en solution d'espèces ioniques ou moléculaires. (L).
2. La conductimétrie : conductivité d'une solution ionique et applications (dosage volumétrique exclu). (L)
3. Le squelette carboné des hydrocarbures : relations structure - propriétés (nomenclature exclue). (L)
4. Les grandes familles de réactions en chimie organique illustrées sur l'exemple des alcools. (L)
5. Molécules de la santé : acides aminés et peptides. (L)
6. Principe et applications de la spectrophotométrie. (L)
7. Equilibre chimique en solution aqueuse : cas des couples acido-basiques. (niveau terminale scientifique)
8. Indicateurs colorés acido-basiques : étude, choix pour un dosage acide-base. (L)
9. Cinétique de réaction (catalyse exclue). (L)
10. Catalyse et catalyseurs ; applications. (L)
11. Estérification et hydrolyse des esters. (L)
12. Saponification des esters ; applications. (L)
13. L'aspirine : synthèse et dosages. (L)
14. Piles : mise en jeu de transformations chimiques spontanées. (L)
15. Électrolyses et accumulateurs : mise en jeu de transformations chimiques forcées. (L)
16. Étude qualitative et quantitative des espèces acido-basiques dans les liquides alimentaires et dans les liquides ménagers. (L)
17. Contrôle de qualité de l'eau. (L)
18. Contrôle de qualité du vin. (L)
19. Colorants : extraction, synthèse, identification. (L)
20. Arômes et conservateurs : extraction, synthèse, dosage. (L)
21. Dosages directs. (L)
22. Dosages indirects. (L).
23. Étude expérimentale du caractère évolutif des propriétés physico-chimiques dans la classification périodique. (CP)
24. Illustrations expérimentales des relations structure – propriétés des molécules. (CP)
25. Cristaux ioniques. (CP)
26. Cristaux métalliques. (CP)
27. Enthalpie de réaction : mesures et applications. (CP)
28. Illustrations expérimentales et applications des réactions de complexation. (CP)
29. Illustrations expérimentales et applications des réactions de précipitation. (CP)
30. Principe et illustrations des dosages potentiométriques (pH-métrie exclue). (CP)
31. Cinétique homogène : étude expérimentale. (CP)

32. Mécanismes réactionnels en cinétique homogène ; illustrations. (CP)
33. Illustrations et applications des lois de déplacement des équilibres. (CP)
34. Mélanges binaires : équilibres liquide-vapeur ; applications (liquides non miscibles exclus). (CP)
35. Lecture et utilisation des diagrammes d'Ellingham ; application à la pyrométallurgie. (CP)
36. Hydrométallurgie. (CP)
37. Applications des diagrammes potentiel-pH (construction exclue). (CP)
38. Applications des courbes intensité-potentiel. (CP)
39. Corrosion humide et protection des métaux contre la corrosion. (CP)
40. Exemples de mécanismes en chimie organique : additions électrophiles sur la double liaison carbone - carbone. (CP)
41. Conformations et configurations ; illustrations expérimentales (CP)

16-c MONTAGES 2010

1. Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique.
2. Tension superficielle.
3. Dynamique des fluides.
4. Thermométrie.
5. Transitions de phase.
6. Instruments d'optique.
7. Interférences lumineuses ; conditions d'obtention.
8. Diffraction des ondes lumineuses.
9. Spectrométrie optique.
10. Milieux optiquement actifs : biréfringence et pouvoir rotatoire.
11. Production et analyse d'une lumière polarisée.
12. Emission et absorption dans le domaine optique.
13. Lasers.
14. Photorécepteurs.
15. Production et mesure de champs magnétiques.
16. Milieux magnétiques.
17. Métaux.
18. Matériaux semi-conducteurs.
19. Condensateurs et effets capacitifs. Applications.
20. Induction, auto-induction.
21. Conversion de puissance électrique-électrique.
22. Conversion de puissance électro-mécanique.
23. Capteurs et transducteurs.
24. Mesures électriques.
25. Amplification de signaux.
26. Mise en forme, transport et détection de l'information.
27. Acquisition, analyse et traitement des signaux.
28. Mesure des fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu).
29. Mesure de longueurs.
30. Systèmes bouclés (oscillateurs exclus).
31. Instabilités et phénomènes non-linéaires.
32. Ondes : propagation et conditions aux limites.
33. Ondes acoustiques.
34. Résonance.
35. Oscillateurs auto-entretenus.
36. Couplage des oscillateurs.
37. Filtrage de signaux.
38. Régimes transitoires.
39. Phénomènes de transport.
40. Phénomènes dissipatifs.

17 Projet de liste de montages pour l'agrégation 2011

1. Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique.
2. Phénomènes de surface.
3. Dynamique des fluides.
4. Thermométrie.
5. Transitions de phase.
6. Instrument(s) d'optique.
7. Interférences lumineuses ; conditions d'obtention.
8. Diffraction des ondes lumineuses.
9. Spectrométrie optique.
10. Milieux optiquement actifs : biréfringence et pouvoir rotatoire.
11. Production et analyse d'une lumière polarisée.
12. Emission et absorption dans le domaine optique.
13. Lasers.
14. Photorécepteurs.
15. Production et mesure de champs magnétiques.
16. Milieux magnétiques.
17. Métaux.
18. Matériaux semi-conducteurs.
19. Condensateurs et effets capacitifs. Applications.
20. Induction, auto-induction.
21. Conversion de puissance électrique-électrique.
22. Exemples de conversion électrique-mécanique.
23. Capteurs et transducteurs.
24. Mesures électriques (mesure des fréquences exclue).
25. Amplification de signaux.
26. Mise en forme, transport et détection de l'information.
27. Acquisition, analyse et traitement des signaux.
28. Mesure des fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu).
29. Mesure de longueurs.
30. Systèmes bouclés (oscillateurs exclus).
31. Instabilités et phénomènes non-linéaires.
32. Ondes : propagation et conditions aux limites.
33. Ondes acoustiques.
34. Résonance.
35. Oscillateurs auto-entretenus.
36. Couplage des oscillateurs.
37. Filtrage de signaux.
38. Régimes transitoires.
39. Phénomènes de transport.
40. Phénomènes dissipatifs.